Lycée Brizeux
PCSI B

Année 2009-2010

Devoir libre n° 10

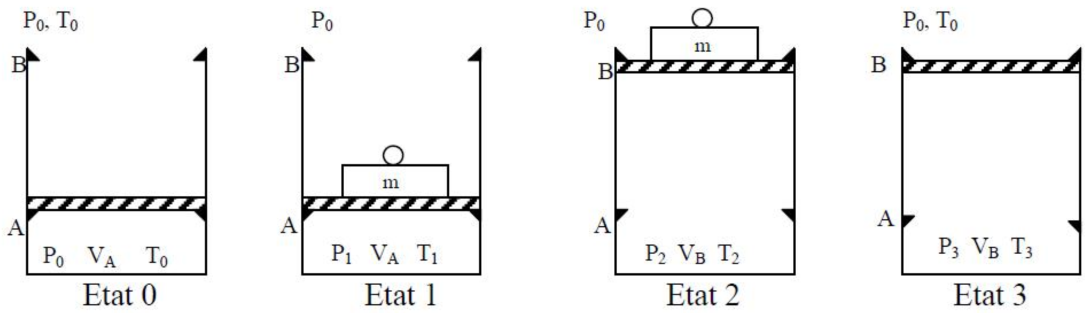
Thermodynamique

Travail à rendre le jeudi 01 *avril.*

Problème A   Cycle moteur théorique et peu performant

Les différentes transformations seront supposées quasistatiques.

On imagine un cylindre aux parois diathermanes (perméables à la chaleur), fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales A et B, sa section est S. Dans l'état initial, le piston est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air supposé gaz parfait, de coefficient γ, à la température de l'extérieur : T_0, pression P_0, (gaz dans l'état 0 : P_0, V_A, T_0).



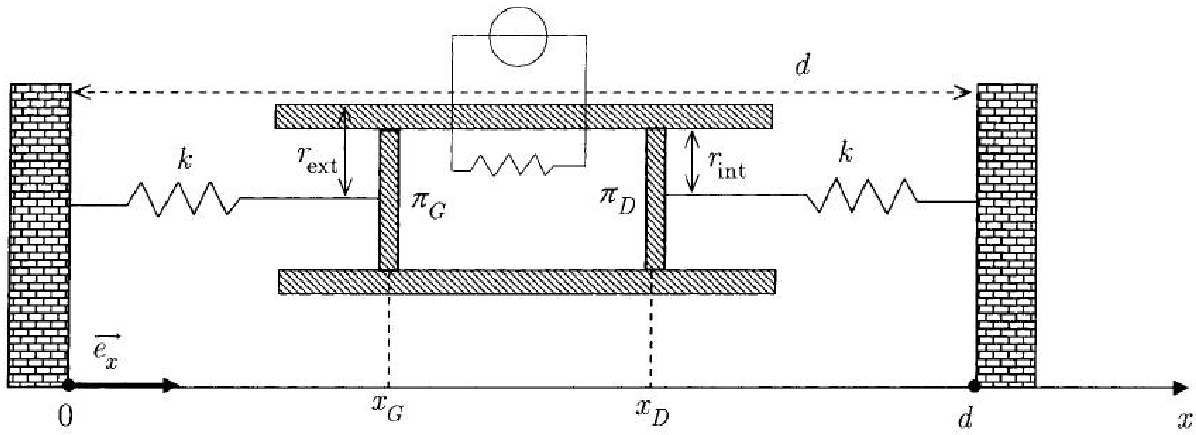
On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1 : P_1, V_A, T_1).
Puis, on maintient le chauffage jusqu'à ce que le piston arrive juste en B (gaz dans l'état 2 : P_2, V_B, T_2), le chauffage est alors arrêté.
On ôte m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3 : P_3, V_B, T_3).
On laisse toujours refroidir jusqu'à la température T_0, alors, le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

Données :
$V_B = 1\ L, V_A = 330\ mL, T_0 = 300\ K, P_0 = 1\ bar, m = 10\ kg, S = 100\ cm^2, g = 10\ N.kg^{-1}, \gamma = 1,4$.
La constante des gaz parfaits est : $R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.
Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température.
On rappelle que : $R = C_{pm} - C_{vm}$ et $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ avec C_{pm} et C_{vm} : capacités thermiques molaires, respectivement à pression et à volume constants du gaz.

1. Exprimer les capacités thermiques à pression et à volume constants C_p et C_v du gaz en fonction de n (quantité de matière de gaz enfermé), R, γ, puis en fonction de P_0, V_A, T_0, γ.
2. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ?
3. Exprimer la pression P_1 et la température T_1 en fonction de P_0, T_0, m, g, S. Faire l'application numérique.
4. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_0^1 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p, T_1, T_0 puis $P_0, T_1, T_0, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
5. Quelle est la nature de la transformation 1 à 2 subie par le gaz ?
6. Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B. Faire l'application numérique.
7. Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_1^2 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p, T_1, T_2 puis $P_0, T_0, T_1, T_2, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.
8. Quelles sont les natures des transformations 2 à 3 et 3 à 0 subies par le gaz ?
9. Exprimer le travail W échangé par le gaz avec l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de m, g, V_A, V_B, S. Faire l'application numérique.
10. Calculer numériquement le rendement $\eta = \frac{-W}{Q_0^1+Q_1^2}$ de ce « moteur ».
11. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron d'un cycle.
12. Retrouver, d'après le diagramme, le travail W calculé précédemment.

Problème B Etude d'un gaz parfait

On étudie un dispositif expérimental constitué d'un cylindre horizontal aux parois indéformables de rayon intérieur r_{int} fermé de part et d'autre par deux pistons de masses et d'épaisseurs négligeables. Le cylindre est fixe dans le référentiel du laboratoire et les pistons sont mobiles. Sur le piston de gauche noté π_G est accroché un ressort de raideur k relié à l'autre extrémité à un support fixe. De la même façon, sur le piston droit noté π_D est accroché à un ressort de raideur k relié à l'autre extrémité à un support fixe. Un axe Ox muni d'un vecteur unitaire $\overrightarrow{e_x}$ permet de repérer les positions x_G et x_D respectivement des pistons π_G et π_D. Le ressort gauche exerce sur le piston π_G une force que l'on peut écrire sous la forme $\overrightarrow{F_G} = -k(x_G - x_{G,0})\overrightarrow{e_x}$ dans laquelle $x_{G,0}$ représente l'abscisse à vide du piston π_G (ressort au repos). De la même façon, le ressort droit exerce sur le piston π_D une force que l'on peut écrire sous la forme $\overrightarrow{F_D} = -k(x_D - x_{D,0})\overrightarrow{e_x}$ dans laquelle $x_{D,0}$ représente l'abscisse à vide du piston π_D (ressort au repos). On note $L = x_{D,0} - x_{G,0}$.
Une résistance chauffante de volume et capacité thermique négligeables permet d'apporter de l'énergie thermique au fluide qui se trouve à l'intérieur du cylindre.
On suppose qu'à l'équilibre mécanique du système, la pression est uniforme dans le cylindre.
On supposera en outre dans toute la suite que les frottements lors du déplacement des pistons sont totalement négligeables du point de vue énergétique.
Le cylindre contient n_g moles de gaz assimilable à un gaz parfait de rapport des capacités thermiques γ. A l'extérieur du cylindre, on a créé un vide suffisamment poussé, de sorte qu'il n'y ait pas de forces de pression liées à l'atmosphère extérieure au cylindre. Les parois du cylindre et des pistons sont parfaitement calorifugées.



Données numériques :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.
- $L = 0,4\ m$;
- $r_{int} = 0,05\ m$;
- $\gamma = 1,4$;
- $n_g = 0,02\ mol$;
- $p_A = 10^4$;
- $k = 500\ N.m^{-1}$;
- $\alpha = 1,3$.

B.1. Résistance chauffante non alimentée

Dans cette partie, la résistance chauffante n'est pas alimentée électriquement.
Le dispositif expérimental est dans l'état d'équilibre noté A. Le gaz à l'intérieur du piston est à la pression p_A connue.

1. Par un bilan de forces sur chacun des pistons, exprimer les positions d'équilibre $x_{G,A}$ et $x_{D,A}$ respectivement des pistons π_G et π_D en fonction de p_A et des constantes du problème.
2. En déduire l'expression du volume V_A occupé par le gaz en fonction de p_A et des constantes du problème. Calculer V_A.
3. Exprimer littéralement puis calculer numériquement la tempétature T_A du gaz.

B.2. Résistance chauffante alimentée

On alimente électriquement la résistance chauffante pendant une durée déterminée, qui apporte au gaz l'énergie Q sous forme de chaleur. Le gaz atteint alors un nouvel état d'équilibre noté B. Le volume final occupé par le gaz est mesuré et vaut $V_B = \alpha V_A$, avec $\alpha > 1$.

1. Exprimer les positions d'équilibre $x_{G,B}$ et $x_{D,B}$, respectives des pistons π_G et π_D, en fonction de V_A et des constantes du problème (on pourra en particulier exploiter les symétries du problème). Calculer V_B.
2. Exprimer la pression p_B du gaz dans l'état B en fonction de p_A et des constantes du problème. Calculer p_B.

3. Calculer la température T_B du gaz dans l'état B.

4. Exprimer la quantité d'énergie échangée par transfert mécanique (travail) par le gaz ($W_{A \to B}$) au cours de la transformation en fonction de p_A, p_B et des constantes du problème. Calculer $W_{A \to B}$.

5. Exprimer Q en fonction de p_A, p_B, T_A, T_B et des constantes du problème. Calculer Q.

6. Exprimer la variation d'entropie du gaz ΔS_{AB} en fonction de p_A, p_B, T_A, T_B et des constantes du problème. Calculer ΔS_{AB}.