

Concours blanc 2010

Epreuve de physique

- La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les candidats ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.
- L'usage de la calculatrice est autorisé
- Les quatre problèmes sont indépendants
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne sera pas prise en compte.
- Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.

Problème I Etude de la suspension d'un véhicule, ENSTIM 2006

Le véhicule étudié est modélisé par un parallélépipède, de centre de gravité G et de masse M , reposant sur une roue par l'intermédiaire de la suspension dont l'axe OG reste toujours vertical. L'ensemble est animé d'une vitesse horizontale $\vec{v} = v\vec{u}_x$.

La suspension, quant à elle, est modélisée par un ressort de raideur constante $k = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$ (de longueur à vide ℓ_0) et un amortisseur fluide de constante d'amortissement constante $\lambda = 4,0 \cdot 10^3 \text{ U.S.I.}$.

La masse de l'ensemble est $M = 1000 \text{ kg}$.

La position verticale du véhicule est repérée par z_G dans le référentiel galiléen proposé ayant son origine sur la ligne moyenne des déformations du sol. On note z_O la cote du centre de la roue par rapport au niveau moyen de la route.

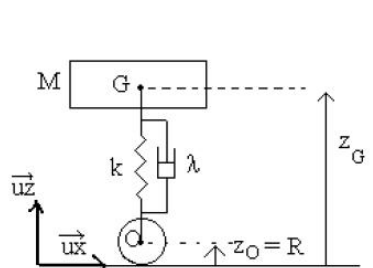


fig 1 : la route est parfaitement horizontale

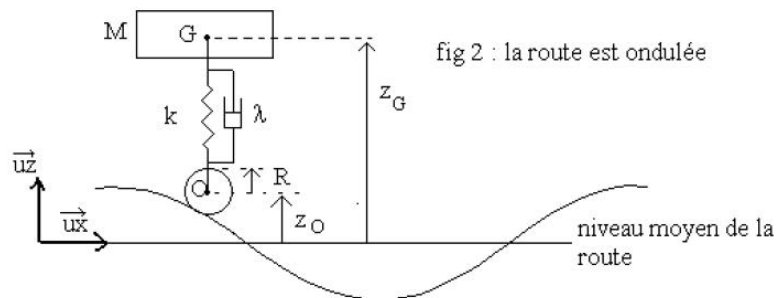


fig 2 : la route est ondulée

L'amortissement entre M et la roue introduit une force de frottement fluide, exercée par l'amortisseur sur M , qui s'écrit : $\vec{F} = -\lambda \left(\frac{dz_G}{dt} - \frac{dz_O}{dt} \right) \vec{u}_z$.

A La route est parfaitement horizontale (fig 1)

A.1. La route ne présente aucune ondulation et le véhicule n'a aucun mouvement vertical. Déterminer la position z_{Geq} de G lorsque le véhicule est au repos.

A.2. Suite à une impulsion soudaine, le véhicule acquiert un mouvement d'oscillations verticales. On cherche dans cette question à établir l'équation différentielle caractéristique du mouvement par une méthode énergétique.

On étudie le mouvement par rapport à la position d'équilibre établie précédemment. On posera $z = z_G - z_{Geq}$

A.2.1. Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.

A.2.2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique.

Les énergies potentielles seront exprimées en fonction de z et à une constante additive près.

A.2.3. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la masse et en déduire l'équation différentielle en z caractéristique du mouvement.

A.2.4. Dessiner, qualitativement, les allures envisageables de la fonction $z(t)$ (la résolution de l'équation différentielle n'est pas demandée).

B La route est ondulée (fig 2)

Le véhicule se déplace à vitesse horizontale constante v sur un sol ondulé. L'ondulation est assimilée à une sinusoïde de période spatiale L et d'amplitude A . z_O peut alors s'écrire $z_O = R + A \cos \omega t$. On étudie maintenant le mouvement par rapport à la position d'équilibre établie précédemment.

On posera $z = z_G - z_{Geq}$.

Pour les applications numériques on prendra $L = 1 \text{ m}$ et $A = 10 \text{ cm}$.

B.1. Quelle est l'unité de λ ?

B.2. Exprimer ω en fonction de v et L . Vérifier l'homogénéité du résultat.

B.3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la masse M dans le référentiel terrestre supposé galiléen, établir l'équation différentielle en z régissant le mouvement.

B.4. Justifier qualitativement le fait que l'on recherche la solution $z(t)$ de cette équation différentielle sous une forme sinusoïdale $z(t) = z_{max} \cdot \cos(\omega t + \phi)$.

B.5. Résolution par la méthode des complexes

On pose $\underline{z} = \underline{Z} e^{j\omega t}$, réponse complexe du véhicule à l'excitation sinusoïdale et $\underline{z}_O - R = \underline{A} e^{j\omega t}$.

B.5.1. Montrer que :

$$\frac{\underline{Z}}{\underline{A}} = \frac{\frac{k}{M} + \frac{j\omega\lambda}{M}}{-\omega^2 + \frac{j\omega\lambda}{M} + \frac{k}{M}}$$

avec j le complexe tel que $j^2 = -1$ puis que l'on peut mettre sous la forme :

$$\frac{\underline{Z}}{\underline{A}} = \frac{1 + \frac{j\omega}{\omega_1}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j\omega}{Q\omega_0}} = \frac{H_1}{H_2}$$

Exprimer alors ω_0 , ω_1 et Q en fonction de k , λ et M .

B.5.2. Calculer numériquement ω_0 , ω_1 et Q .

B.5.3. Donner l'expression du module $\left| \frac{\underline{Z}}{\underline{A}} \right|$ en fonction de ω_0 , ω_1 et Q .

B.6. Etude fréquentielle

On souhaite maintenant étudier l'amplitude des oscillations en fonction de la vitesse de la voiture.

Pour cela on étudie donc $\left| \frac{\underline{Z}}{\underline{A}} \right|$ sous la forme $\left| \frac{H_1}{H_2} \right|$ en fonction de ω .

B.6.1. Tracer le diagramme de Bode asymptotique relatif à $\frac{\underline{Z}}{\underline{A}}$. Tracer l'allure de $\frac{\underline{Z}}{\underline{A}}$.

Remarque : on pourra tracer au préalable les diagrammes relatifs à $|H_1|$ puis $|H_2|$.

B.6.2. ω_r , valeur de ω pour laquelle l'amplitude est maximale, est de l'ordre de grandeur de ω_0 . Quelle est la valeur de v correspondante ? Calculer l'amplitude des oscillations du véhicule pour $\omega = \omega_0$.

B.7. Application

Dans le film « le salaire de la peur », Yves Montand conduit un camion ($\omega_0 \approx 25 \text{ s}^{-1}$) chargé de nitroglycérine. Il passe sur une tôle ondulée de période spatiale 1 m et pour laquelle $A = 10 \text{ cm}$. Afin d'éviter l'explosion du chargement il doit traverser la tôle à une vitesse inférieure à 5 km.h^{-1} ou supérieure à 50 km.h^{-1} . Justifier qualitativement ceci à l'aide des résultats précédents.

Problème II Pompe à chaleur, ENSTIM 2005

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant :

- L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique quasi statique (ou réversible) jusqu'au point B où il atteint la pression P_1 .
- Le gaz se refroidit à pression constante et atteint la température finale de la source chaude, T_1 , correspondant à l'état C .
- L'air est ensuite refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique quasi statique (ou réversible) pour atteindre l'état D de pression P_0 .
- Le gaz se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial A .

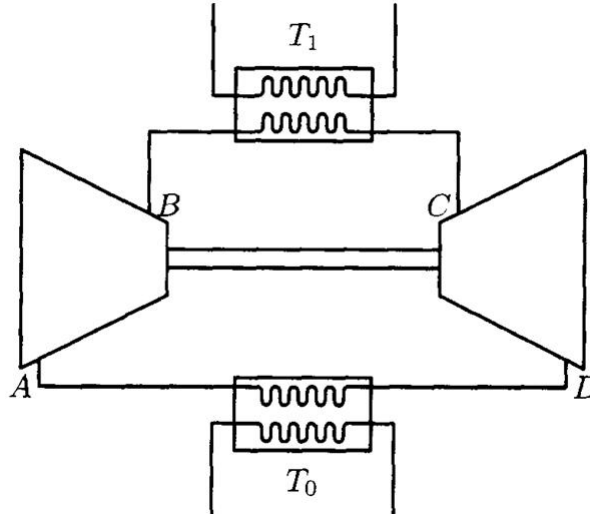


Figure 3

On considère l'air comme un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1,4$.

On posera $\beta = 1 - \gamma^{-1}$ et $a = P_1/P_0$.

Pour les applications numériques, on prendra :

$$T_0 = 283K \text{ (10}^\circ\text{C)} \quad T_1 = 298K \text{ (25}^\circ\text{C)}$$

$$a = 5, \quad R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1} \text{ (constante des gaz parfaits)}$$

1. Représenter le cycle parcouru par le fluide dans un diagramme de Clapeyron (P, V).
2. Exprimer les températures T_B et T_D en fonction de T_0, T_1, a et β . Calculer leurs valeurs.
3. Définir l'efficacité e de la pompe à chaleur à partir des quantités d'énergie échangées au cours du cycle. Montrer qu'elle s'exprime seulement en fonction de a et β . Calculer sa valeur.
4. Quelles doivent être les transformations du fluide si on envisage de faire fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les températures T_0 et T_1 ? Établir l'expression de son efficacité e_r en fonction de T_0 et T_1 . Calculer sa valeur.
5. Comparer les valeurs obtenues pour e et e_r . Interpréter la différence observée.
6. Donner l'expression de l'entropie créée, s_i , pour une mole d'air mise en jeu dans le parcours du cycle de Joule inversé, en fonction de $x = T_0 a^\beta / T_1$, R et β . Étudier le signe de cette expression pour $x \geq 0$. Calculer sa valeur.
7. La pompe à chaleur envisagée est utilisée pour chauffer une maison. Sachant qu'en régime permanent les fuites thermiques s'élèvent à $P_f = 20 \text{ kW}$, calculer la puissance mécanique du couple compresseur-turbine qui permet de maintenir la maison à température constante.

Problème III Le grossissement en optique : étude d'une lunette astronomique, ENSTIM 2004

On considère une lunette astronomique formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente L_1 de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1} > 0$.
- d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente L_2 de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2} > 0$.

Ces deux lentilles ont même axe optique Δ .

On rappelle qu'un oeil normal voit un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini.

On souhaite observer la planète Mars, qui est vue à l'oeil nu sous un diamètre apparent α .

A Lunette afocale

Pour voir la planète nette à travers la lunette, on forme un système afocal.

A.1. Que cela signifie-t-il ? Que cela implique-t-il pour les positions des lentilles ?

A.2. Faire le schéma de la lunette en prenant $f'_1 = 5f'_2$.

Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé de rayons issus de l'étoile. On appellera $A'B'$, l'image intermédiaire.

A.3. On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer la pellicule ?

B Grossissement

On note α' , l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette.

B.1. L'image est-elle droite ou renversée ?

B.2. La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Exprimer G en fonction de f'_1 et f'_2 .

B.3. Le principal défaut d'une lentille est appelé défaut d'aberrations chromatiques : expliquer brièvement l'origine de ce défaut et ses conséquences. Pour quelle raison un miroir n'a-t-il pas ce défaut ?

C Amélioration du dispositif

On veut augmenter le grossissement de cette lunette et redresser l'image. Pour cela, on interpose entre L_1 et L_2 , une lentille convergente L_3 de distance focale $f'_3 = \overline{O_3F'_3} > 0$. L'oculaire est déplacé pour avoir de la planète une image nette à l'infini à travers le nouvel ensemble optique.

C.1. Quel couple de points doit conjuguer L_3 pour qu'il en soit ainsi ?

C.2. On appelle γ_3 , le grandissement de la lentille L_3 . En déduire $\overline{O_3F'_1}$ en fonction de f'_3 et γ_3 .

C.3. Faire un schéma. On placera O_3 entre F'_1 et F_2 , et on appellera $A'B'$ la première image intermédiaire et $A''B''$, la seconde image intermédiaire.

C.4. En déduire le nouveau grossissement G' en fonction de γ_3 et G . Comparer à G , en norme et en signe.

Problème IV Etude de quelques montages comportant une bobine, ENSTIM 2003

Une bobine réelle est un dipôle constitué par enroulement cylindrique d'un fil électrique. Elle est caractérisée par son auto-inductance L et sa résistance interne r .

La bobine est dite parfaite si sa résistance interne est négligeable.

A Préliminaire

Donner la relation entre le courant i qui traverse une bobine parfaite et la tension u_L à ses bornes (on précisera à l'aide d'un schéma les conventions d'orientation adoptées pour i et u_L).

Les valeurs usuelles des inductances rencontrées s'échelonnent de quelques henrys à quelques milli-Henrys.

B Réponse d'un circuit RL à une tension en créneaux

On se propose d'étudier la réponse d'un circuit (RL) à une tension en créneaux délivrée par un générateur basse fréquence (G.B.F.). Le circuit représenté sur la figure 4 comporte une bobine parfaite d'inductance L , une résistance R et un G.B.F. délivrant une tension en créneaux u représentée sur la figure 5.

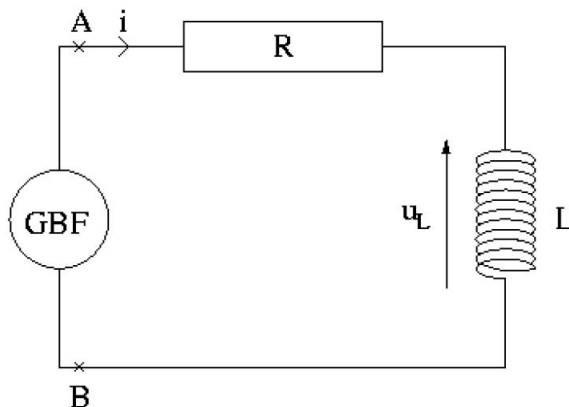


Figure 4

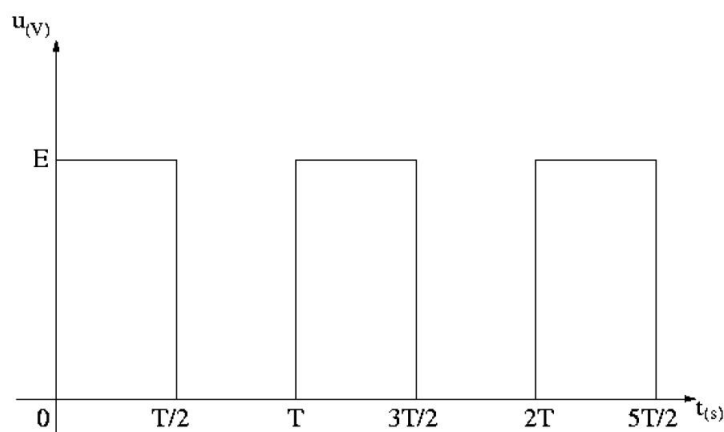


Figure 5

B.1. On définit la constante de temps τ , exprimée en secondes, du circuit (RL) par une relation du type $\tau = L^\alpha R^\beta$ où α et β sont deux constantes réelles. Par analyse dimensionnelle rapide, déterminer la valeur des exposants α et β (on raisonnera à partir des caractéristiques entre u et i).

B.2. Pour $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$, établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité i dans le circuit. L'intégrer en justifiant soigneusement la détermination de la (des) constante(s) d'intégration. En déduire l'expression de $u_L(t)$.

Tracer l'allure des courbes représentatives de $i(t)$ et de $u_L(t)$ en précisant les valeurs vers lesquelles ces fonctions tendent en régime permanent, ainsi que l'équation des tangentes à l'origine.

B.3. Déterminer complètement l'expression de $i(t)$ et $u_L(t)$ pour $\frac{T}{2} \leq t \leq T$.

B.4. Le G.B.F. est réglé sur la fréquence $f = 1,0 \text{ kHz}$, la bobine a pour inductance $L = 1,0 \text{ H}$ et $R = 1,0 \cdot 10^3 \Omega$. Comparer la période T de la tension délivrée par le G.B.F. et la constante de temps τ du circuit. Tracer qualitativement l'évolution des graphes de $i(t)$ et $u_L(t)$ sur quelques périodes. Commenter.

C Etude en régime sinusoïdal

Dans le circuit de la figure 4, le G.B.F. est à présent en mode sinusoïdal. En utilisant les analogies transitoire-alternatif écrite, à partir de l'équation différentielle établie en **B.2.**, la loi d'Ohm complexe liant les amplitudes complexes \underline{U} et \underline{I} respectivement de la tension aux bornes du dipôle AB et de l'intensité du courant le traversant. En déduire l'impédance complexe \underline{Z} du dipôle AB.

D Mise en cascade de deux circuits RL

On s'intéresse au quadripôle de la figure 6, constitué de deux cellules (RL) enchaînées, alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω .

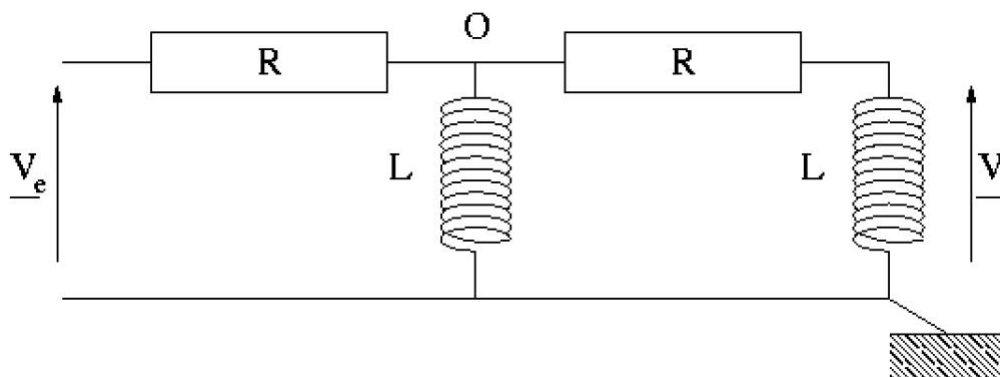


Figure 6

- D.1.** En étudiant le comportement asymptotique du quadripôle aux hautes et basses fréquences, préciser la nature du filtre ainsi constitué.
- D.2.** Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(jx)$ de ce quadripôle en fonction de $x = \frac{L\omega}{R}$ après avoir précisé la dimension de x .
- D.3.** Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, en le justifiant. Tracer ensuite sur les mêmes graphes l'allure des courbes réelles G_{dB} en fonction de $\log x$ où G_{dB} désigne le gain en décibel, et φ en fonction de $\log x$ où φ désigne l'argument de la fonction de transfert.
- D.4.** Comment modifier le montage pour obtenir un filtre dont la fonction de transfert s'écrirait comme le carré de la fonction de transfert d'un filtre (RL) ?