Lycée Brizeux
PCSI A & B

Samedi 3 Avril 2010

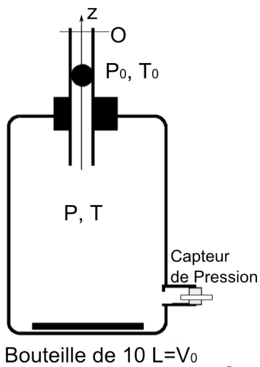
Devoir surveillé n° 7

Thermodynamique

- *La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les candidats ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.*
- *L'usage de la calculatrice est autorisé*
- *Tous les problèmes et exercices sont indépendants*
- *Les résultats devront être encadrés.*
- *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*

Problème I Méthode de Rückhardt

La méthode de Rückhardt permet de déterminer le rapport $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ des capacités thermiques à pression et volume constant en étudiant le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche.
Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section s, on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre. La méthode consiste à mesurer la période d'oscillation θ du mouvement de la bille dans le tube. Pour cela, on enregistre la pression à l'aide d'un capteur de pression pendant 20 secondes. On donne l'enregistrement sur la figure 1 et on précise certains points remarquables sur la figure 2.



On observe qu'à l'équilibre, la position de la bille est à 41 cm du sommet O du tube de verre. On prendra pour axe Oz , un axe vertical ascendant dont l'origine est à l'extrémité supérieure du tube de verre.

Nous adopterons les notations suivantes :

m :	masse de la bille	$m = 1,6.10^{-2}\ kg$
s :	section intérieure du tube	$s = 2,0.10^{-4}\ m^2$
V_0 :	volume total de la bouteille et du tube de verre jusqu'à O	$V_0 = 10,0\ L$
P_0 :	pression atmosphérique	$P_0 = 10^5\ Pa$
P :	pression régnant dans le flacon	
g :	accélération de la pesanteur	$g = 9,81\ m.s^{-2}$
C_{Pm} :	capacité molaire à pression constante	
C_{Vm} :	Capacité thermique molaire à volume constant, avec $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$	
T_0 :	température extérieure	$T_0 = 293\ K$
z :	position de la bille à un instant donné $z(O) = 0$	
R :	constante des gaz parfaits	$R = 8,315\ J.K^{-1}.mol^{-1}$
M :	masse molaire de l'air	$M = 29\ g.mol^{-1}$
z_e :	position de la bille à l'équilibre	$z_e = -41\ cm$

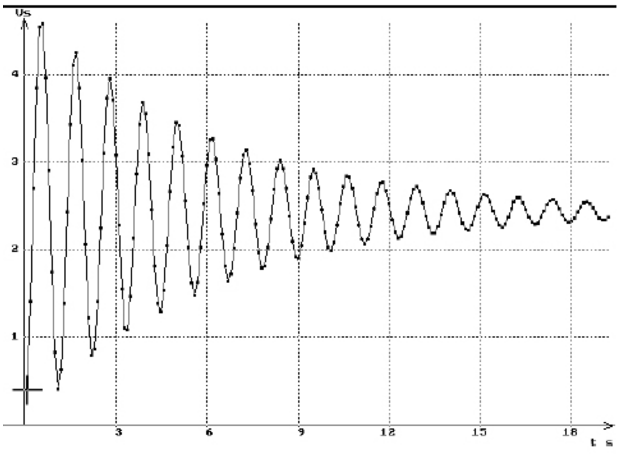


Figure 1

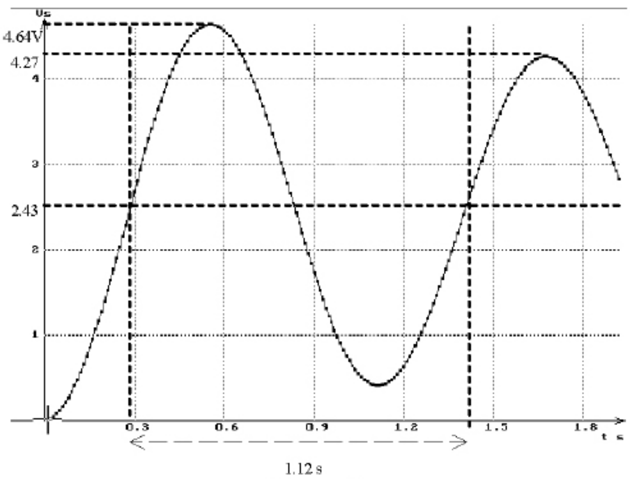
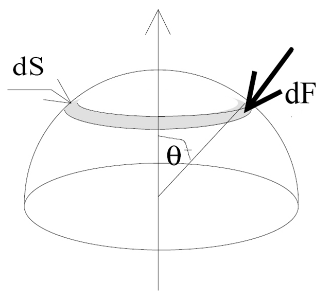


Figure 2

A Étude mécanique



A.1 Montrer que la force de pression exercée sur une demi-sphère de rayon r par une pression uniforme P_0 est $F = P_0 \pi r^2$. On donne $dS = 2\pi r^2 sin\theta d\theta$ en coordonnées sphériques (figure ci-contre).

A.2 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la bille.

A.3 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la bille, établir l'équation du mouvement de la bille en fonction de P, P_0, m, g, $s = \pi r^2$ et des dérivées de z. Préciser en particulier la pression à l'équilibre. On ne demande pas de résoudre cette équation.

B Étude thermodynamique

B.1 L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait. D'un point de vue thermodynamique, le phénomène est dans un premier temps considéré comme suivant la loi de Laplace (oscillations adiabatiques) : $PV^\gamma = cte$. Rappeler les conditions de validité de cette loi. Écrire la relation traduisant cette loi sous forme différentielle.

B.2 Justifier le fait que l'on peut traiter les grandeurs $V - V_0$ et $P - P_0$ comme des grandeurs infiniment petites. On notera alors : $dV = V - V_0 = sz$ et : $dP = P - P_0$. En déduire $P - P_0$ en fonction de z, P_0, V_0, s et γ.

B.3 En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille : $\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\gamma P_0 s^2}{mV_0} z = -g$. Montrer que la pression obéit à une équation analogue que l'on précisera.

B.4 En déduire les expressions littérales de la période propre θ du signal, et de la position d'équilibre z_{eq}. En déduire l'expression de γ en fonction de θ, m, V_0, P_0 et s.

B.5 L'enregistrement expérimental fait apparaître un amortissement des oscillations dû à des phénomènes négligés pour l'instant. On admettra que la période propre est voisine de la pseudopériode. En utilisant l'enregistrement de la figure 2, déterminer numériquement γ. Quelle était la valeur attendue ?

B.6 Déterminer la valeur z_{eq} de z à l'équilibre. La position d'équilibre obtenue est-elle compatible avec les résultats expérimentaux ? Que peut-on en conclure ?

C Interprétation des amortissements

On se propose de justifier désormais la présence d'amortissements, en tenant compte du transfert thermique avec et à travers la paroi.

C.1 On note $E = U + E_c + E_p$ l'énergie totale du système, où U est l'énergie interne du système, E_c l'énergie cinétique macroscopique et E_p l'énergie potentielle extérieure. Énoncer le premier principe de la thermodynamique en faisant intervenir E, le transfert thermique Q reçu par le système et le travail W des forces non conservatives reçu par le système.

C.2 En considérant le système formé par *la bille et le gaz intérieur à la bouteille*, déterminer entre l'instant où on lâche la bille et l'équilibre de la bille :

- La variation d'énergie interne du gaz ΔU_g ;
- la variation d'énergie cinétique de la bille ΔE_{cb} ;
- La variation d'énergie potentielle de pesanteur de la bille ΔE_{pb} ;
- Le travail des forces de pression W ;
- Le transfert thermique Q.

Tout résultat devra être justifié en une ligne maximum. Préciser le sens du transfert thermique.

C.3 Doit-on tenir compte des capacité thermiques du verre et de la bille ?

C.4 En déduire la position d'équilibre z'_{eq} à laquelle conduit ce modèle. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

Problème II Étude d'une Locomotive Diesel

Le moteur des premières locomotives diesels fut inventé en 1892 par l'ingénieur allemand Rudolf Diesel. Mais ces premières locomotives furent un échec : le nombre de vitesses de leur transmission mécanique était insuffisant. La locomotive diesel électrique se passe de boîte de vitesse mécanique : elle est munie d'un moteur diesel qui, en tournant, entraîne un alternateur. Ce dernier fournit de l'énergie à plusieurs moteurs électriques de traction : en somme, cette locomotive fabrique grâce au moteur thermique sa propre électricité.

A Transformations d'un gaz parfait

On supposera que le gaz n'est soumis qu'aux forces de pression. On s'intéresse à une transformation de ce gaz parfait qui le fait passer de l'état initial de pression P_i et de volume V_i à l'état final de pression P_f et de volume V_f. On exprimera les réponses aux questions qui suivent, uniquement en fonction de P_i, V_i, P_f, V_f, et de γ.

A.1 Exprimer le travail W_{isoV} échangé par ce gaz lors d'une transformation isochore réversible.

A.2 Exprimer le travail W_{isoP} échangé par ce gaz lors d'une transformation isobare réversible.

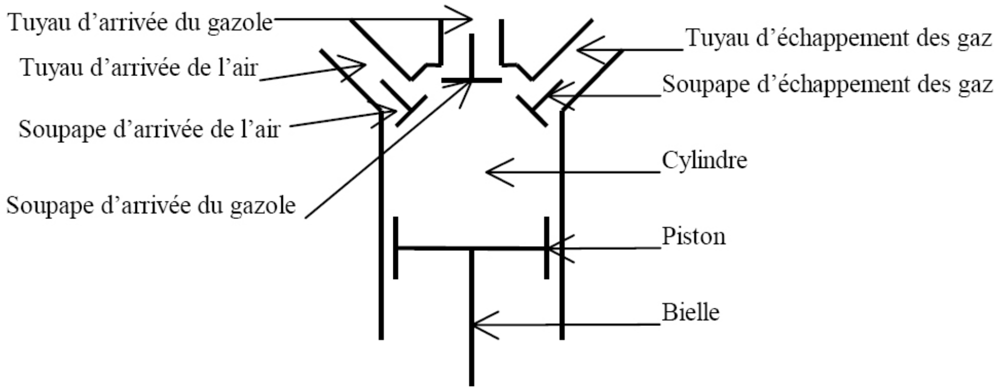
A.3 Exprimer le transfert thermique Q_{isoV} échangé par ce gaz lors d'une transformation isochore réversible.

A.4 Exprimer le transfert thermique Q_{isoP} échangé par ce gaz lors d'une transformation isobare réversible.

A.5 Exprimer le transfert thermique Q_{isoS} échangé par ce gaz lors d'une transformation adiabatique réversible.

A.6 Démontrer la loi de Laplace $P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$ que suit le gaz parfait lors d'une transformation adiabatique réversible.

B États thermodynamiques successifs lors du cycle diesel :



On s'intéresse à un gaz parfait ($\gamma = 1,40$) dans un cylindre de volume variable, entre $V_{min} = 150\ mL$ et $V_{max} = 400\ mL$, fermé par un piston, qui subit un cycle réversible dont les caractéristiques sont :

- Admission : la soupape d'arrivée de l'air est ouverte (la pression est $P_{atm} = 1,00.10^5\ Pa$, la température $T_{atm} = 300\ K$), les autres fermées. Le volume passe de V_{min} à V_{max} de façon isobare et isotherme.
- $A \longrightarrow B$: compression. Les soupapes sont fermées. Le volume passe de V_{max} à V_{min} de façon adiabatique et réversible.
- $B \longrightarrow C$: injection. Les soupapes sont fermées, sauf celle d'injection du gazole. Le volume augmente jusqu'à $V_C = 250\ mL$, on modélise cette phase de combustion par une évolution isobare ($P = P_{max}$) au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique lié à l'injection de gazole.
- $C \longrightarrow D$: détente. Les soupapes sont toutes fermées. Le volume augmente encore (jusqu'à V_{max}) mais la pression diminue (il s'agit d'une détente adiabatique et réversible).
- $D \longrightarrow A$: ouverture de la soupape d'échappement des gaz. La pression diminue brutalement jusqu'à P_{atm}, le volume restant constant.
- Éjection des gaz : la soupape d'échappement des gaz est ouverte, les autres fermées. Le volume passe de V_{max} à V_{min} de façon isobare.

Déterminer numériquement (dans les unités du système international) les caractéristiques de chaque état thermodynamique intermédiaire (pression, température, volume) :

B.1 en A : la pression P_A, le volume V_A, et la température T_A ;

B.2 en B : la pression P_B, le volume V_B, et la température T_B ;

B.3 en C : la pression P_C, le volume V_C, et la température T_C ;

B.4 en D : la pression P_D, le volume V_D, et la température T_D.

C Transformations lors du cycle diesel :

Déterminer numériquement lors des phases :

C.1 $A \longrightarrow B$: le travail W_{AB} et la chaleur Q_{AB} échangés par le gaz parfait ;

C.2 $B \longrightarrow C$: le travail W_{BC} et la chaleur Q_{BC} échangés par le gaz parfait ;

C.3 $C \longrightarrow D$: le travail W_{CD} et la chaleur Q_{CD} échangés par le gaz parfait ;

C.4 $D \longrightarrow A$: le travail W_{DA} et la chaleur Q_{DA} échangés par le gaz parfait.

D Diagramme de Clapeyron du cycle diesel :

D.1 Exprimer numériquement la somme des travaux échangés W_{tot} par le gaz parfait sur un cycle. Que penser de son signe ?

D.2 Tracer le cycle $P = f(V)$ dans les coordonnées de Clapeyron.

D.3 Dans quel sens est parcouru le cycle diesel dans le diagramme de Clapeyron ? Est-ce normal ?

E Rendement du moteur diesel :

E.1 Le rendement thermodynamique η est défini tel que $\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{BC}}$. Calculer η.

E.2 La vitesse maximale de rotation est $N = 1,5.10^3\ tr/min$, calculer la puissance maximale P_{moteur} de ce moteur diesel.

Problème III Mesures Thermodynamiques

Afin d'éviter les confusions, on notera le temps t, la température absolue T et la température en degrés Celsius θ ; pour les applications numériques : $T = \theta + 273,15$.

A Expressions du premier principe

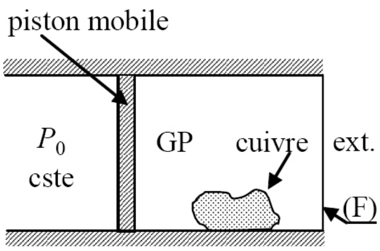
A.1 Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique, entre deux états d'équilibre quelconques d'un système fermé globalement immobile dans le référentiel d'étude. Expliquer très simplement la différence entre « travail » et « transfert thermique ».

A.2 On s'intéresse à des systèmes de variables d'état (P, V, T), pour lesquels le seul travail est celui des forces pressantes ; à partir de l'expression précédente, démontrer la relation entre la variation d'enthalpie du système et le transfert thermique dans le cas particulier de transformations isobares.

B Calorimétrie adiabatique

Le système étudié, constitué de n moles d'air assimilé à un gaz parfait et d'une masse m de cuivre solide, est contenu dans un cylindre schématisé ci-dessous ; on précise que :

- le piston est mobile sans frottement, les autres parois sont fixes ;
- les éléments hachurés sont athermanes (i.e. imperméables aux transferts thermiques), tandis que la paroi (F) permet ces tranferts.



Données :

- coefficient de Laplace du gaz : $\gamma = \frac{7}{5}$, $R = 8,314\ J.mol^{-1}K^{-1}$, $n = 1\ mol$;
- capacité thermique du cuivre : $c = 385\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, $m = 269\ g$;
- P_0 est constante les valeurs de γ et de c sont indépendantes de la température.

B.1 Comment définit-on les capacités thermiques C_V et C_P d'un système thermodynamique ? Simplifier ces expressions dans le cas du gaz parfait et établir dans ce cas les expressions des capacités molaires $C_{V,M}$ et $C_{P,M}$ en fonction du coefficient γ et de la constante R des gaz parfaits.

B.2 La température extérieure étant restée très longtemps égale à T_0, le fond (F) du cylindre est mis en contact avec une source (ou thermostat) à la température T_1 ; on laisse le système atteindre l'équilibre. Le volume V occupé par le gaz subit une diminution relative de 5% à partir de la valeur initiale V_0. En déduire la température Celsius finale si $\theta_0 = 27\ °C$.

B.3 En fonction des températures et des données, exprimer la variation d'enthalpie du système {GP+cuivre} lors de la transformation décrite ci-dessus, sous la forme $\Delta H = C'\Delta T$ où C' est une constante que l'on exprimera en fonction des données. Quelles propriétés essentielles de l'enthalpie utilise-t-on pour établir cette expression ?

B.4 En déduire l'expression du transfert thermique Q algébriquement reçu par le système à travers (F). Faire l'application numérique et interpréter son signe.

B.5 Exprimer et calculer la variation d'énergie interne U du système. Interpréter la différence entre U et H dans le cadre du premier principe.

B.6 Établir les expressions de l'entropie d'un gaz parfait $S(T, V)$ et $S(T, P)$ en fonction de n, $C_{V,M}$, $C_{P,M}$, R, T, V et P. Ces expressions seront établies à une constante près.

B.7 Montrer que pour pour une phase condensée de capacité thermique massique c, l'entropie s'écrit :

$$S_{\text{phasecondensee}}(T) = mc \ln T + cste$$

B.8 En fonction des températures et de C', exprimer l'entropie créée lors de cette transformation. Faire l'application numérique et conclure.

Problème IV Étude de quelques phénomènes irréversibles

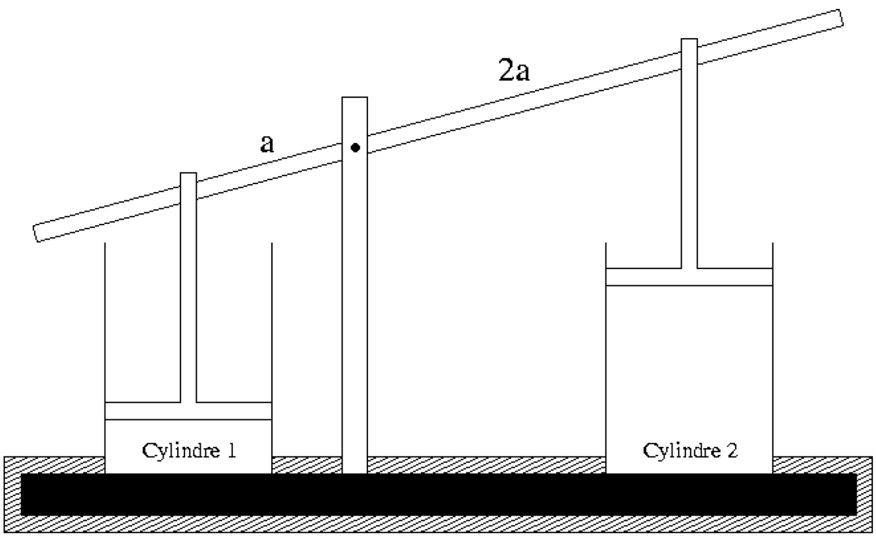
Dans ce problème, les parties A, B et C sont indépendantes.

A Préliminaires

A.1 Définir ce qu'est une transformation réversible. Donner deux exemples de phénomènes à l'origine de l'irréversibilité d'une transformation.

B Illustration du principe d'entropie maximale

Deux cylindres de même section S, contenant deux gaz qui peuvent être différents, sont fermés par deux pistons étanches. Ces deux pistons sont solidaires en ce sens que leurs axes restent verticaux et sont attachés aux bras d'un levier dont le point fixe est deux fois plus près du premier cylindre que du second, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Les deux cylindres reposent sur une table qui conduit la chaleur (une table métallique) et a pour seul effet de permettre les échanges de transfert thermique entre les deux systèmes, c'est-à-dire entre les gaz contenus dans les deux cylindres. Le système complet formé par ces deux cylindres est isolé et n'est pas soumis à une pression extérieure.

B.1 Déterminer la relation imposée par la présence du levier sur les variations de volumes dV_1 et dV_2 des deux cylindres.

B.2 Écrire l'expression de la variation infinitésimale dS du système complet formé par les deux cylindres en fonction des températures T_1 et T_2 des gaz contenus dans les deux cylindres, des pressions P_1 et P_2 qui règnent dans les deux cylindres et des seules variations dV_1 (variation de volume du gaz contenu dans le cylindre 1) et dU_1 (variation de l'énergie interne du gaz contenu dans le cylindre 1). Les capacités thermiques des cylindres et de la table sont négligeables.

B.3 Que vaut dS lorsque le système complet est à l'équilibre ? En déduire la relation entre les températures T_1 et T_2, puis celle entre les pressions p_1 et p_2 des gaz dans les cylindres 1 et 2 lorsque l'équilibre est atteint.

C Échauffement d'un solide

On considère un solide de masse $m = 1,0\ kg$, de capacité thermique massique $c = 10\ J.K^{-1}.kg^{-1}$, se trouvant initialement à la température $T_1 = 273\ K$, placé dans une grande quantité d'eau (constituant un thermostat) à la température $T_2 = 373\ K$.

C.1 Déterminer lorsque l'équilibre thermodynamique est atteint la température du solide et celle du thermostat.

C.2 Déterminer la variation d'entropie ΔS_{solide} du solide lors de ce processus, en fonction de m, c, T_1 et T_2 puis faites l'application numérique.

C.3 Déterminer la variation d'entropie ΔS_{eau} de l'eau lors de ce processus, en fonction de m, c, T_1 et T_2 puis faites l'application numérique.

C.4 En déduire la variation de l'entropie de l'univers $\Delta S_{univers}$, constitué par l'ensemble {solide + thermostat}, lors de ce processus ; puis faites l'application numérique. Commentez votre résultat.