## Exercice 1 Lancement des fusées

Une fusée $M$ de masse $m$ est lancée de la surface de la terre (point A) à la latitude $\lambda$. On rappelle que le référentiel terrestre est un référentiel en rotation uniforme autour de l'axe passant par les pôles par rapport au référentiel géocentrique.

1. Calculer la vitesse d'entraînement du référentiel terrestre par rapport au référentiel géocentrique.
2. Quel est le gain en énergie obtenu en lançant une fusée depuis la terre ? Pour quelle latitude $\lambda$, cette énergie est-elle maximale ? Lequel de ces trois pas de tirs (Cap Kennedy aux Etats-Unis ($\lambda = 28°$), Baïkonour en république du Kazakhstan, ($\lambda = 49°$) et Kourou en Guyane française ($\lambda = 5°$)), correspond-il le mieux au critère précédent ?

*Réponses : 1)* $\overrightarrow{v_e} = \omega R_T \cos\lambda \overrightarrow{u_y}$ *; 2)* $\Delta E = \frac{1}{2} m R_T^2 \omega^2 \cos^2\lambda$

## Exercice 2 Influence de la force de Coriolis

Un train à grande vitesse se dirige de Marseille à Lyon avec une vitesse $\overrightarrow{v}$ constante de module 300 $km.h^{-1}$ en un lieu de latitude moyenne $\lambda = 43°N$ où l'accélération de pesanteur est $g = 9,81\ m.s^{-2}$. Quelle doit être l'inclinaison $\alpha$ des rails par rapport à l'horizontale (sol) pour la réaction soit perpendiculaire au plan des rails ? Commenter la valeur numérique obtenu.
*Réponses :* $\tan\alpha = 8,43.10^{-4}$

## Exercice 3 Chute libre dans un puits de mine

On cherche à étudier la chute d'une masse $m$ dans un puits de mine situé à la latitude $\lambda$. Cette masse $m$ est assimilable à un point matériel $M$ et est abandonné sans vitesse initiale en $M_0$. L'accélération de la pesanteur $\overrightarrow{g}$, contenant l'accélération d'entraînement due au mouvement de rotation de la Terre, est supposée verticale et définit un axe $M_0z$ du repère terrestre. L'axe $M_0x$ est orienté vers le sud et l'axe $Oy$ vers l'ouest.

1. Écrire le PFD dans le référentiel terrestre non galiléen et projeter cette relation suivant les axes $M_0x$, $M_0y$, $M_0z$.
2. En faisant certaines approximations, résoudre ce système et montrer que le point $M$ ne tombe pas tout a fait verticalement, mais subi une légère déviation vers l'est. Calculer la valeur de cette déviation mise en évidence par Reich en 1831 lors de la chute dans un puits de mine de 158 m de profondeur à la latitude $\lambda = 49°$. On prendra $g = 9,81\ m.s^{-2}$ et $\omega = 7,3.10^{-5}\ rad.s^{-1}$.

*Réponses : 1)* $\ddot{x} = -2\dot{y}\omega\sin\lambda$, $\ddot{y} = 2\dot{x}\omega\sin\lambda - 2\dot{z}\omega\cos\lambda$, $\ddot{z} = g + \dot{y}\omega\cos\lambda$ *; 2)* $y = -\frac{1}{3}\omega g\cos\lambda(\frac{2z}{g})^{\frac{3}{2}} = -2,8\ cm$

## Exercice 4 Évaluation de la limite de Roche

Un astre sphérique homogène (satellite, comète, ...), de masse $m_A$, de rayon $R_A$ et de centre d'inertie $A$ gravite à proximité d'une planète sphérique homogène de masse $m_P$, de rayon $R_P$ et de centre d'inertie $P$. Un point $M$ de l'astre, de masse $dm$, est donc soumis à un champ de marée dû à la planète. On note $D$ la distance $PA$ et on négligera la rotation du référentiel $R_A$ par rapport à $R_P$. Le référentiel barycentrique de la planète est supposée galiléen.

1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point $M$ de l'astre dans le référentiel barycentrique $R_A$ lié à l'astre. On supposera que le point $M$ est soumis en dehors des forces gravitationnelles à une une résultante des forces de pressions $\overrightarrow{F}$.
   Soit un astre sphérique et homogène $A$ de rayon $R_A$, de masse $M_A$ et de centre d'inertie $A$, le théorème de Gauss pour la gravitation montre que si :
   – M est à l'extérieur de l'astre, le champ de gravitation à pour expression :
   $$\overrightarrow{g(M)} = -\frac{GM_A}{||\overrightarrow{AM}||^3}\overrightarrow{AM}$$
   – M est à l'intérieur de l'astre $A$, le champ de gravitation à pour expression :
   $$\overrightarrow{g(M)} = -\frac{GM_A}{R_A^3}\overrightarrow{AM}$$
2. En supposant pour simplifier l'étude, que la cohésion de l'astre est uniquement due aux forces gravitationnelles, montrer que si la distance séparant la planète de l'astre devient inférieur à une valeur critique $D_c$ (limite de Roche), l'astre se brise sous l'effet des forces de marée. Calculer $D_c$ en fonction de $m_P$, $m_A$ et $R_A$, puis en fonction des masses volumiques de la planète $\rho_P$ et de l'astre $\rho_A$ et de $R_P$.
3. On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se séparerait en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marées dues à Jupiter. Une telle fragmentation à été observé en juillet 1992 lorsque la comète Shoemaker-Levy est passée suffisamment près de Jupiter pour éclater en morceaux qui se sont finalement écrasés sur Jupiter. Cette collision a été suivi en détail et en direct par les astronomes du monde entier. Sachant que cette comète avait pour masse volumique $\rho_A = 10^3\ kg.m^{-3}$, calculer sa limite de Roche lorsqu'elle s'approche de Jupiter ($\rho_P = 1,34.10^3\ kg.m^{-3}$, $R_P = 70000\ km$).
4. On considère maintenant le satellite Phobos de Mars de masse volumique $\rho_A = 2,0.10^3\ kg.m^{-3}$ qui gravite à une distance $D = 2,76R_P$ de la planète Mars de rayon $R_P = 3400\ km$ et de masse volumique $\rho_P = 3,94.10^3 kg.m^{-3}$. Calculer la limite Roche. Le satellite se rapproche de Mars à la vitesse de 4 $cm/an$. Dans combien d'année va-t-il se briser ?
5. Sachant que la période de rotation de la Terre augmente de $1,64\ ms/100an$, estimer l'augmentation de la distance Terre-Lune par an.

*Réponses : 1)* $dm\overrightarrow{a(M/R_A)} = dm\overrightarrow{\mathcal{G}_A(M)} + \overrightarrow{F} + dm(\overrightarrow{\mathcal{G}_P(M)} - \overrightarrow{\mathcal{G}_P(A)})$ *; 2)* $D_c = 2^{\frac{1}{3}}(\frac{\mu_P}{\mu_A})^{\frac{1}{3}}R_P$ *; 3)* $D_c = 97000\ km$ *; 4)* $D_c = 5370\ km$, $\Delta t = 100$ *millions d'années ; 5)* $\Delta D = 3,6\ cm/an$