Lycée Brizeux
PCSI A

Samedi 20 septembre 2008

Devoir surveillé n° 1

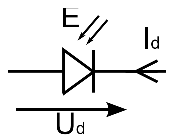
Électrocinétique & Optique

- *La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les candidats ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.*
- *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
- *Tous les problèmes et exercices sont indépendants*
- *Les résultats devront être encadrés.*
- *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*

Exercice 1 Capteur lumineux utilisant une photodiode

Une photodiode est un dipôle ayant la capacité de détecter un rayonnement lumineux et de le transformer en signal électrique. L'intensité I_d qui circule dans ce dipôle dépend de l'éclairement noté E. On obtient le tableau de valeurs ci-dessous :

E ($\mu W.cm^{-2}$)	50	100	200	500	1000
I_d (μA)	2,4	4,9	10	25	48

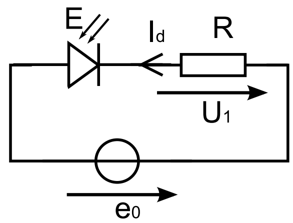


1. Tracer la courbe $I_d = f(E)$ (échelle : $0,1\ mW.cm^{-2}$ par cm et $5\mu A$ par cm).
2. En déduire qu'on a la relation $I_d = aE + b$. Quelle est la signification de b ? Quel est son ordre de grandeur ?

Dans la suite on néglige b, on a donc $I_d = aE$.

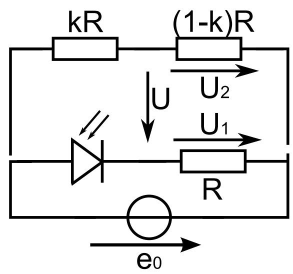
3. Calculer a en donnant le résultat en unité SI. On rappelle que les unités du système international sont le mètre, le kilogramme, la seconde, l'ampère, le kelvin, la mole et le candela.

On réalise le montage de la figure ci-contre où la photodiode est associée en série avec un conducteur ohmique de résistance R, l'ensemble étant alimenté par une source de tension de force électromotrice e_0.



4. Exprimer U_1 en fonction de a R et E et en déduire que la tension U_1 est directement proportionnel à E.
5. Calculer R pour avoir $U_1 = U_r = 2\ V$ si $E = E_r = 0,2\ mW.cm^{-2}$ en prenant $a = 4,8.10^{-2}\ AW^{-1}cm^2$ (U_r et E_r étant une tension et un éclairement pris comme référence). En déduire l'expression de U_1 en fonction de E, E_r et U_r.

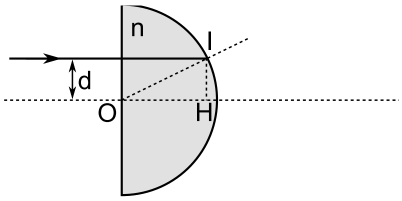
On veut mesurer un éclairement E sans faire l'obscurité totale dans la pièce. On note E_a l'éclairement ambiant reçu par la photodiode. Pour corriger cet éclairement parasite, on réalise le montage ci-contre où k est un coefficient numérique compris entre 0 et 1.



6. Donner l'expression de la tension U_2, puis exprimer U en fonction de U_1 et U_2.
7. Exprimer k en fonction de E_r, E_a, U_r et e_0 pour que U soit nul avec l'éclairement ambiant. Comment réalise-t-on ce dispositif dans la pratique et comment le règle-t-on ?
8. Lorsque l'éclairement ambiant est corrigé, déterminer l'expression de la tension U en fonction de l'éclairement E à mesurer.

Exercice 2 Trajet d'un rayon dans une demi-boule

On étudie le comportement d'un rayon dans une demi-boule de centre O et de rayon R, constituée d'un milieu transparent d'indice n. L'air environnant a un indice qu'on prendra égal à 1.
Le rayon arrive normalement sur la face plane de la demi-boule, il est écarté d'une distance d par rapport à l'axe optique. On note I le point d'incidence sur la partie sphérique, i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction en ce point.



1. Rappeler les conditions qu'il faut réunir pour pouvoir observer une réflexion totale.
2. Pour quelle valeur limite d_{lim} y-a-t-il réflexion totale en I ?

On considère que $d < d_{lim}$.

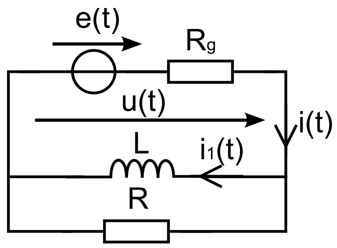
3. Tracer le rayon émergent. On appellera A l'intersection du rayon émergent et de l'axe optique et on fera apparaître les angles i et r.
4. En s'aidant du point auxiliaire H, montrer que la distance OA peut s'écrire :

$$OA = R\left(\cos i + \frac{\sin i}{\tan(r-i)}\right)$$

5. En déduire la position limite F du point A lorsque d est très petit. On donnera l'expression de OF en fonction de R et n (Indication : Lorsque l'angle x est petit, on peut écrire $\sin x \approx x$ et $\tan x \approx x$.)
6. On prend $R = 10\ cm$ et $n = 2$. En faisant un tableau de valeurs, tracer sur un même dessin les trajets des rayons lumineux pour $d = 1\ cm$, $d = 2\ cm$, $d = 3\ cm$, $d = 4\ cm$ et $d = 5\ cm$.

Exercice 3 Modélisation linéaire d'un circuit

Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur dit « de Thévenin », dipôle actif linéaire de résistance interne R_g et de force électromotrice $e(t)$.

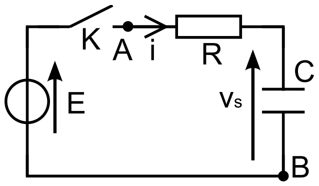


1. Donner le schéma équivalent ainsi que les grandeurs caractéristiques du générateur linéaire « de Norton » équivalent entre les mêmes bornes.
2. Dans ce circuit, l'intensité $i(t)$ fournie par le générateur se divise entre une inductance pure L (qui représente une bobine de résistance négligeable) et un résistor (résistance R) ; en respectant les notations du schéma, donner trois expressions de $u(t)$ en régime quelconque, en fonction de $i(t)$, $i_1(t)$ et des données.
3. La tension $e(-\infty < t < 0)$ est égale a une valeur constante notée E ; déterminer rapidement la tension $u(t = 0^-)$ ainsi que les intensités $i(t = 0^-)$ et $i_1(t = 0^-)$.
4. À $t = 0$, on « éteint » le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne (ce qui signifie qu'on a $e(t > 0) = 0$) ; montrer que le circuit devient équivalent à un circuit série parcouru par le courant i_1 comportant une bobine d'inductance L et un résistor de résistance R_{eq} que l'on exprimera à partir des données.
5. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $u(t)$, et faire apparaître la constante de temps τ du circuit.
6. En utilisant une propriété remarquable d'une grandeur (propriété à préciser), déterminer $u(t = 0^+)$.
7. Déterminer complètement $u(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de u pour $t \in [-10\tau, 10\tau]$.

Problème I Charge d'un condensateur à travers une résistance

A Étude temporelle

Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série. On place aux bornes A et B du dipôle un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K. Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_s la tension aux bornes du condensateur. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.



A.1 Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps très long (infini) après la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de v_s et de l'intensité i dans le circuit au bout d'un temps très long.

A.2 On pose $\tau = RC$. Quelle est l'unité de τ dans le système international ? Démontrer le résultat. Quel est le nom donné à cette constante ?

A.3 On se place pour $t \geq 0$. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $v_s(t)$.

A.4 Établir l'expression de la tension $v_s(t)$ au cours du temps (pour $t \geq 0$). Trouver à partir de cette expression la valeur de $v_s(t)$ pour un temps très long. Vérifier que cette valeur correspond au comportement du condensateur prévu dans la question 1.

A.5 Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction $v_s(t)$ en précisant son asymptote. Calculer la valeur de la pente de la courbe à $t = 0$. Tracer la tangente à l'origine et calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.

A.6 Déterminer, en fonction de τ, l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge finale.

A.7 Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit pour $t \geq 0$.

B Étude énergétique

B.1 Exprimer l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et de E.

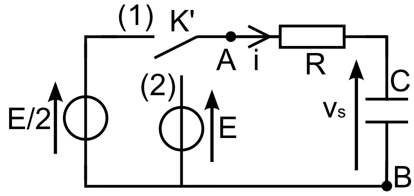
B.2 Déterminer, à partir des résultats de la partie précédente, l'expression de l'énergie E_J dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la charge. On exprimera E_J en fonction de C et de E.

B.3 Montrer, à partir des résultats de la partie précédente, que l'énergie E_g fournie par le générateur au cours de la charge est égale à $E_g = CE^2$. Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge du condensateur.

B.4 Calculer le rendement énergétique $\rho = \frac{E_C}{E_g}$ de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance non inductive.

C Amélioration du rendement

Afin d'améliorer le rendement de la charge du condensateur, on effectue celle-ci en deux étapes. On considère pour cela le montage suivant :



À la date $t = 0$, le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur K' dans la position 1 (phase 1). Lorsque la charge sous la tension $\frac{E}{2}$ est terminée, on bascule K' dans la position 2 (phase 2) et on procède à la charge du condensateur sous la tension E.

C.1 Quelle est l'énergie E_{g1} fournie par le générateur au cours de la première phase de charge ? Quelle est l'énergie E_{C1} emmagasinée par le condensateur au cours de la première phase de charge ? Ces résultats pourront être déduits des questions précédentes.

C.2 Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension v_s au cours de la deuxième phase de charge ? En prenant pour origine des temps ($t = 0$) la date à laquelle on bascule l'interrupteur de la position 1 dans la position 2, déterminer l'expression de $v_s(t)$ en fonction du temps au cours de la deuxième phase de charge.

C.3 En déduire, en fonction du temps, l'expression de l'intensité $i(t)$ qui traverse le circuit au cours de la deuxième phase de charge.

C.4 En utilisant les expressions de v_s et de i en fonction du temps, déterminer :

- l'expression de l'énergie E_{g2} fournie par le générateur au cours de la deuxième phase de charge en fonction de C et E.
- l'expression de l'énergie E_{C2} emmagasinée par le condensateur au cours de la deuxième phase de charge en fonction de C et E.

C.5 Calculer le rendement ρ' de la charge du condensateur lorsque cette dernière est effectuée en deux étapes.

C.6 Compte tenu des rendements obtenus lors de la charge du condensateur avec les deux méthodes précédentes, indiquer comment il faudrait procéder pour faire tendre le rendement de la charge du condensateur vers 1. Aucun calcul n'est demandé dans cette question.