Lycée Brizeux
PCSI A & B

Samedi 16 mai 2009

Devoir surveillé n° 7

Thermodynamique & Electrostatique

- *La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les candidats ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.*
- *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
- *Tous les problèmes et exercices sont indépendants.*
- *Les résultats devront être encadrés.*
- *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*

Problème I Étude d'une centrale nucléaire (Centrale Supelec TSI 2009)

A Étude du cycle de Carnot

On considère une masse m de gaz parfait qui décrit le cycle moteur de Carnot, constitué de deux isothermes et de deux adiabatiques réversibles. On appelle T_C la température de la source chaude et T_F la température de la source froide. On prendra $T_C = 300°C$ et $T_F = 30°C$.

A.1

a) Représenter le cycle de Carnot dans un diagramme (T, S) et un diagramme (P, V). Justifier brièvement vos tracés.

b) Dans quel sens les cycles sont-ils parcourus ? Justifier votre réponse.

A.2

a) Représenter sur deux schémas le sens algébrique et le sens effectif des échanges d'énergie. Expliquer brièvement le principe de fonctionnement d'un moteur.

b) Exprimer l'efficacité η_C de ce cycle en fonction de T_C et de T_F et la calculer numériquement.

B Etude du cycle de Rankine

B.1 Soit un système ouvert constitué par le fluide contenu dans un des composants d'un cycle (compresseur ou générateur de vapeur ou pompe...). Le fluide reçoit par unité de masse un travail indiqué w_i et un transfert thermique q_e. On raisonnera sur un système fermé convenablement défini. On se place dans l'hypothèse du régime permanent et on néglige les variations d'énergie potentielle et d'énergie cinétique. Montrer que la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie vaut : $\Delta h = w_i + q_e$.

B.2 Le cycle de Rankine (Figure 1) est le cycle de base des centrales nucléaires. La pompe d'alimentation porte l'eau liquide saturante (état 0) de la basse pression P_0 du condenseur à la pression P_1 du générateur de vapeur de façon adiabatique réversible (état 1). L'eau liquide comprimée entre ensuite dans le générateur de vapeur, isobare, où elle est chauffée jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1′), puis totalement vaporisée (état 2). La vapeur saturante produite subit ensuite une détente adiabatique réversible $(2-3)$ dans une turbine. Le fluide pénètre ensuite dans le condenseur isobare pour y être totalement condensé (état 0) à la température T_1. On appelle $T_{critique}$ la température critique de l'eau. On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On donne : $T_1 = 30°C$; $T_2 = 300°C$ et $T_{critique} = 374°C$.

a) v désignant le volume massique du fluide, représenter dans le diagramme (P, v) la courbe de saturation ainsi que les isothermes T_1, T_2 et $T_{critique}$. Comment s'appelle le diagramme (P, v) ?

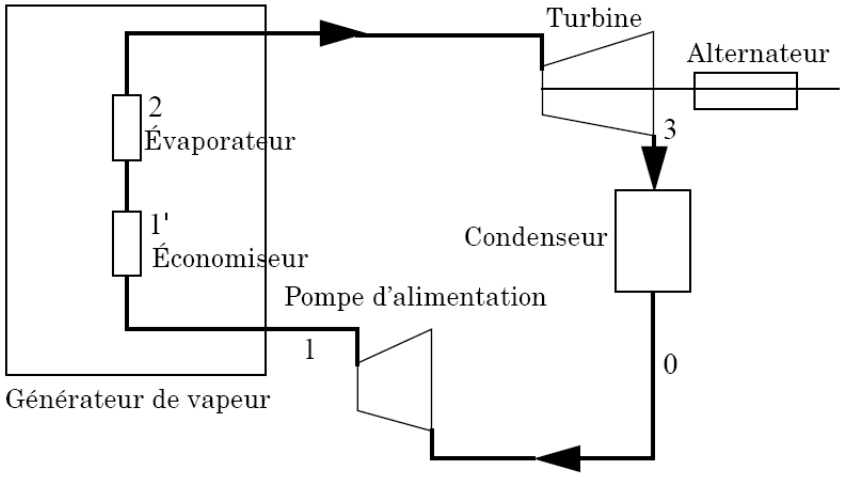


FIG. 1 – Cycle de Rankine

Préciser les domaines du liquide et de la vapeur. Donner le nom des différentes courbes. Définir et situer le point critique.

b) Représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (P, v).

B.3 Calcul de l'efficacité avec des tables incomplètes

On supposera dans cette question l'eau liquide incompressible de capacité thermique massique c_ℓ constante. On note $\ell_v(T_2)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T_2.
On donne : $c_\ell = 4,18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\ell_v(T_2) = 1404\ kJ.kg^{-1}$.

a) Exprimer l'efficacité du cycle en fonction des transferts thermiques massiques q_{cond} et q_{GV} échangés respectivement dans le condenseur et le générateur de vapeur.

b) Exprimer q_{GV} en fonction de $\ell_v(T_2)$, c_ℓ, T_1 et T_2.

c) **i)** Exprimer q_{cond} en fonction de T_1 et $s_0 - s_3$.

ii) Montrer que $s_0 = s_1$ et $s_3 = s_2$.

iii) En déduire q_{cond} en fonction de T_1, T_2, c_ℓ et $\ell_v(T_2)$.

d) Exprimer l'efficacité de Rankine η en fonction de T_1, T_2, c_ℓ et $\ell_v(T_2)$. Calculer numériquement η.

e) Comparer à l'efficacité de Carnot.

B.4 Calcul de l'efficacité avec des tables complètes

On donne ci-dessous des extraits de tables thermodynamiques pour l'eau : s est exprimé en $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$; h est exprimé en $kJ.kg^{-1}$. P_{sat} désigne la pression de vapeur saturante exprimée en bar.
On admet que $h_1 = h_0$.

P_{sat} en (bar)	température en (°C)	liquide saturant		vapeur saturante	
		s	h	s	h
$85,9$	300	$3,24$	$1345,0$	$5,57$	2749
$0,04$	30	$0,44$	$126,0$	$8,46$	$2566,0$

a) Déterminer le titre massique et l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine.

b) Calculer l'efficacité du cycle. Conclure sur les deux valeurs de l'efficacité calculées.

c) Dans quel etat se trouve le fluide à la fin de la détente dans la turbine ? Pourquoi est-ce un inconvenient pour les parties mobiles de la machine ?

C Etude du cycle de Hirn

C.1 Par rapport au cycle de Rankine, on ajoute un surchauffeur $(2-2')$ qui fonctionne lui aussi de facon isobare. On donne : $T_1 = 30°C$; $T_2 = 300°C$ et $T_2' = 500°C$.

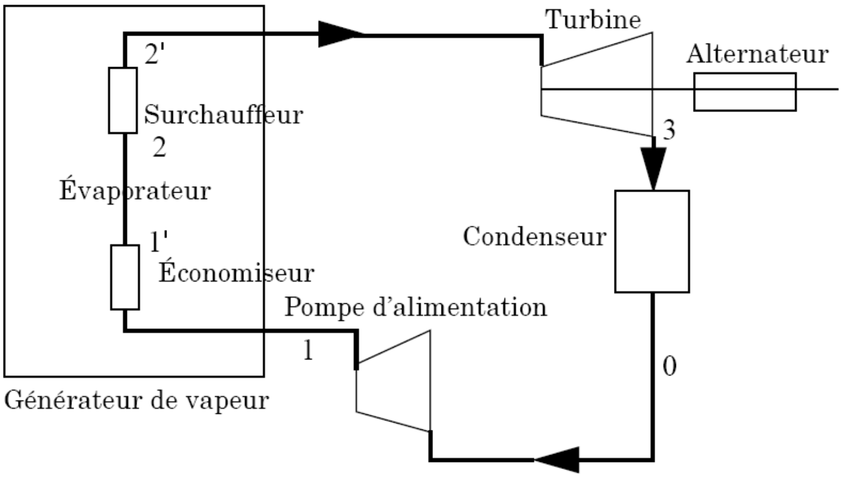


FIG. 2 – Cycle de Hirn

a) Représenter l'allure du cycle de Hirn (Figure 2) décrit par le fluide dans le diagramme (P, v). On supposera que l'eau à la sortie de la turbine est sur le palier d'équilibre liquide-vapeur à T_1 .

b) Expliquer qualitativement l'effet du surchauffeur sur les parties mobiles de la machine.

C.2 Calcul de l'efficacité avec des tables complètes

On donne ci-dessous des extraits de tables thermodynamiques pour l'eau : s est exprimé en $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$; h est exprime en $kJ.kg^{-1}$.

P_{sat} en (bar)	température en ($°C$)	liquide saturant		vapeur saturante	
		s	h	s	h
$85,9$	300	$3,24$	$1345,0$	$5,57$	2749
$0,04$	30	$0,44$	$126,0$	$8,46$	$2566,0$

Vapeur sèche à $500°C$ et $85,9$ bar : $h = 3480$ $kJ.kg^{-1}$; $s = 6,75$ $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.
On admet que $h_1 = h_0$.

a) Déterminer le titre massique et l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine.

b) Calculer l'efficacité du cycle. Conclure sur les deux valeurs de l'efficacité calculées.

c) Donner deux avantages du cycle de Hirn par rapport au cycle de Rankine.

Problème II Chauffage d'une maison par une pompe à chaleur

(Banque Agro filière TB)

On étudie dans cette partie l'utilisation d'une pompe à chaleur pour maintenir constante la température à l'intérieur d'une maison.

A Évaluation des pertes thermiques

On désire, dans un premier temps, évaluer les pertes thermiques à travers les ouvertures et les parois de la maison : on étudie l'évolution de la température $T(t)$ en fonction du temps, à l'intérieur de la maison, lorsqu'il n'y a pas de chauffage, et que la température extérieure est égale à $T_0 < T(t)$. A l'instant t, la température à l'intérieur de la maison est T. À l'instant $t + dt$, elle vaut $T + dT$. La température extérieure est supposée constante égale à $T_0 = 280\ K$. Le transfert thermique reçu par la maison pendant l'intervalle de temps dt s'écrit : $\delta Q = aC(T - T_0)dt$, où C est la capacité thermique de la maison et a une constante positive.

A.1 En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la maison, établir l'équation différentielle vérifiée par T.

A.2 A l'instant initial $t_i = 0$, la température de la maison est $T_i = 295\ K$. Exprimer la température $T(t)$ de la maison à l'instant t en fonction de T_i, T_0, a et t.

B Puissance fournie par la pompe à chaleur

Lorsque la pompe à chaleur fonctionne, elle maintient une température constante égale à $T_C = 295\ K$ à l'intérieur de la maison.

B.1 Exprimer la puissance thermique P_C que doit fournir la pompe à chaleur à la maison en fonction de a, C, T_C et T_0. Calculer numériquement P_C. On donne $C = 10^7\ J.K^{-1}$ et $a = 10^{-4}\ s^{-1}$.

Dans la suite, afin de compenser des pertes thermiques supplémentaires, on supposera que la puissance thermique à fournir par la pompe à chaleur vaut $P_C = 20\ kW$. La pompe à chaleur fonctionne entre deux sources :

- la source chaude, constituée de l'intérieur de la maison à la température $T_C = 295\ K$
- la source froide, constituée de l'extérieur à la température $T_F = 280\ K$.

Le fluide qui circule à l'intérieur de la pompe à chaleur reçoit, au cours d'un cycle :

- les transferts thermiques Q_C et Q_F respectivement des sources chaude et froide
- le travail mécanique W de la part d'un système mécanique (compresseur).

C Calcul de l'efficacité

On suppose que la pompe à chaleur fonctionne de manière réversible.

C.1 Écrire les relations, déduites des premier et deuxième principes de la thermodynamique au cours du cycle, liant tout ou partie des variables suivantes : W, Q_C, Q_F, T_C, T_F.

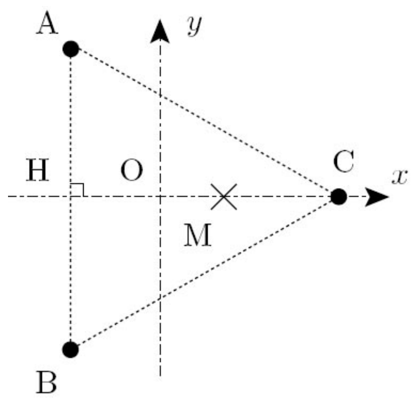
C.2 L'efficacité thermodynamique e_C de la pompe à chaleur est définie par : $e_C = \frac{-Q_C}{W}$. En donner une signification physique. Exprimer e_C en fonction de T_F et de T_C. Quelle particularité présente cette valeur de l'efficacité ? Application numérique : évaluer e_C (on se contentera de deux chiffres significatifs).

C.3 La puissance thermique que doit fournir la pompe à chaleur à la maison est P_C. Exprimer la puissance mécanique P_M que doit fournir le compresseur en fonction de P_C et e_C, calculer sa valeur numérique.

Problème III Points de champ nul d'une distribution

A Distribution discrète

Une distribution de charges fixes est constituée par trois charges ponctuelles égales à $q > 0$ et placées aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral de centre O et inscrit dans un cercle de rayon R tel que $R = OA = OB = OC = 1\ m$. On note $\overrightarrow{E}$ le champ crée en tout point M du plan (Oxy) par cette distribution.



A.1 Quel est le point de champ nul évident ? Justifier rapidement.

On considère dans la suite le cas d'un point M situé sur l'axe (Ox) à une abcisse x.

A.2 Quelle est la direction du champ $\overrightarrow{E}$ en M ? Justifier.

A.3 Pourquoi un point de champ nul en M est nécessairement situé entre les points H et C ?

A.4 Dessiner l'allure des champs $\overrightarrow{E_A}$ $\overrightarrow{E_B}$ et $\overrightarrow{E_C}$ créés en M par les trois charges.

A.5 Montrer que l'abcisse x_0 d'un point de champ nul vérifie l'équation :

$$\left((x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = 2(x+\frac{1}{2})(1-x)^2$$

A.6 A l'aide de la calculatrice, dessiner l'allure du graphe représentatif de la fonction f définie par :

$$f(x) = \left((x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - 2(x+\frac{1}{2})(1-x)^2$$

pour $-0,5 \leq x \leq 0,5$. En déduire par lecture graphique la (les) valeur(s) de $x_0 \neq 0$.

A.7 Combien de points de champ nul cette distribution possède-t-elle en tout ?

B Distribution continue

On considère un fil infini porté par l'axe Oz électrisé uniformément avec la densité linéïque de charge λ. On s'intéresse au champ électrostatique créé par cette distribution en un point M quelconque de l'espace.

B.1 De quel(s) paramètre(s) dépend la norme du champ électrostatique créé au point M.

B.2 Déterminer la direction du champ électrostatique créé en un point M.

B.3 Établir l'expression du champ électrostatique créé en un point M.

B.4 Comment évolue le champ électrostatique lorsque la distance entre le fil et le point M tend vers zéro ? Expliquer.

B.5 Cette distribution a-t-elle des points de champ nuls ?

On considère maintenant deux fils infinis parallèles distant de d, électrisé identiquement et uniformément avec la densité linéïque de charge λ.

B.6 Où se situent les points de champ nul de cette nouvelle distribution de charges. Justifier.