

## 1 Unités usuelles et ordre de grandeur

Unité	Grandeur	Ordre de grandeur
le mètre ( $m$ )	Longueur	distance Terre-Soleil : $150 \cdot 10^9 m$
le kilogramme ( $kg$ )	Masse	masse du soleil : $2 \cdot 10^{30} kg$ , masse d'un électron : $9,1 \cdot 10^{-31} kg$
la seconde ( $s$ )	Temps	âge de l'univers : $4 \cdot 10^{17} s$
l'ampère ( $A$ )	Intensité	la foudre : 20 à 200 $kA$
le degré Celsius ( $^{\circ}C$ )	Température	température au coeur du soleil : $15 \cdot 10^6 C$
le coulomb ( $C$ )	Charge électrique	charge d'une batterie de téléphone portable : $3000 C$ , charge d'un électron : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$
le farad ( $F$ )	Capacité d'un condensateur	condensateurs utilisés en électronique : $1 \cdot 10^{-12}$ à $1 \cdot 10^{-3} F$
le henry ( $H$ )	Inductance d'une bobine	inductance d'un haut-parleur : 10 $mH$
le hertz ( $Hz$ )	Fréquence	fréquence d'un La : 440 $Hz$ , Téléphone sans fil : 2, 4 $GHz$
le joule ( $J$ )	Énergie	énergie d'un litre d'essence : $40 \cdot 10^6 J$
le newton ( $N$ )	Force	poussée de l'A380 : 1, 2 $\cdot 10^6 N$
l'ohm ( $\Omega$ )	Résistance électrique	résistance usuelle en électronique : 1 à $10^6 \Omega$
le pascal ( $Pa$ )	Pression	pression sur Terre : 101325 $Pa$ sur Mars 600 $Pa$
le tesla ( $T$ )	Intensité du champ magnétique	champ magnétique terrestre : $5 \cdot 10^{-5} T$ , ITER : 21 $T$
le volt ( $V$ )	Tension électrique	orage : 10 à 20 $10^6 V$
le watt ( $W$ )	Puissance	centrale nucléaire : $1 \cdot 10^9 W$ , éolienne : $3 \cdot 10^5 W$

## 2 Unités du Système International (SI)

Le système international (SI) est composé de sept unités fondamentales. Les autres unités sont des unités dérivées et se déduisent des précédentes.

Unité SI	Grandeur	Dimension
le mètre (m)	Longueur	L
le kilogramme (kg)	Masse	M
la seconde (s)	Temps	T
l'ampère (A)	Intensité électrique	I
le kelvin (K)	Température	$\Theta$
la mole (mol)	Quantité de matière	N
le candela (Cd)	Intensité lumineuse	J

### 3 Préfixes d'unités du système international

$10^n$	Préfixe	Symbole	$10^n$	Préfixe	Symbole	$10^n$	Préfixe	Symbole
$10^{-15}$	femto	$f$	$10^{-12}$	pico	$p$	$10^{-9}$	nano	$n$
$10^{-6}$	micro	$\mu$	$10^{-3}$	mili	$m$	$10^3$	kilo	$k$
$10^6$	mega	$M$	$10^9$	giga	$G$	$10^{12}$	tera	$T$

### 4 Équation aux dimensions

Il est nécessaire de faire la distinction entre la dimension d'une grandeur physique et de son unité. Par exemple une distance a pour dimension une longueur, mais elle pourra s'exprimer dans diverses unités (le mètre, le mile, l'angström...). La dimension d'une grandeur renseigne sur sa nature physique, c'est une caractéristique beaucoup plus générale que son unité. La dimension d'une grandeur s'exprime en fonction des sept dimensions fondamentales (L, M, T, I,  $\Theta$ , N et J). Si la dimension d'une grandeur  $k$  n'est pas connue, on la note entre crochets  $[k]$ . Par exemple si  $V$  est une vitesse, on note sa dimension  $[V] = L.T^{-1}$ . Remarquons que :

- Les nombres et les angles sont des grandeurs sans dimension.
- Le rapport de deux grandeurs de même dimension est sans dimension.
- Les fonctions mathématiques (cos, sin, tan, exp, ln ...) et leurs arguments sont sans dimension. Par exemple  $\cos(x)$  et  $x$  sont sans dimensions.
- $[\frac{dx}{dt}] = \frac{[x]}{T}$  et  $[\frac{dx}{dt^2}] = \frac{[x]}{T^2}$

### 5 Homogénéité d'une expression

Une équation est homogène si tous les termes de l'équation ont la même dimension. Dans le cas contraire, l'équation est forcément fautive. Par conséquent :

- Les termes d'une somme ou d'une différence ont la même dimension.
- Les deux membres d'une égalité ont la même dimension.

L'analyse de l'homogénéité constitue un puissant outil pour détecter une erreur puisqu'une équation non homogène est nécessairement fautive. À la fin de tout calcul littéral, il faut vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue.

#### Exercices

1. En vous aidant d'équations physiques connues, exprimer les unités usuelles de force, d'énergie et de puissance en fonction des unités de base du système international.
2. Déterminer l'équation aux dimensions des grandeurs suivantes :
  - L'énergie cinétique  $E_c$ ,
  - Le champ de pesanteur  $g$ ,
  - La charge électrique  $q$ ,
  - La pulsation  $\omega$ .
3. Répondre par Vrai ou Faux
  - L'équation  $kl^2 + mg = a$  est homogène ( $k$  constante de raideur).
  - La période d'un pendule peut avoir pour expression  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .
  - L'équation  $x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + 1$  est homogène.
  - L'équation différentielle  $\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = E$  est homogène.
4. L'analyse dimensionnelle a permis à G. I. Taylor d'estimer en 1950 l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe atomique, alors que cette information était classée top secret. Il a observé sur un film d'explosion, que la dilatation du champignon atomique suivait la loi expérimentale de proportionnalité :  $r(t) \propto t^{\frac{2}{5}}$ . Taylor a ensuite supposé ce phénomène dépend au minimum du temps  $t$  de l'énergie  $E$  dégagée par l'explosion et de la masse volumique de l'air  $\rho$ . Déterminer à partir d'une analyse dimensionnelle l'expression de  $r$  en fonction de  $\rho$ ,  $E$  et  $t$  puis en déduire l'expression de  $E$ .

**Attention : Une expression homogène n'est pas nécessairement juste !**