Repérage dans l'espace.

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Tout point M de l'espace est repéré de manière unique par ces coordonnées (x,y,z) dans $\mathcal{R}$ telles que :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}\,.$$

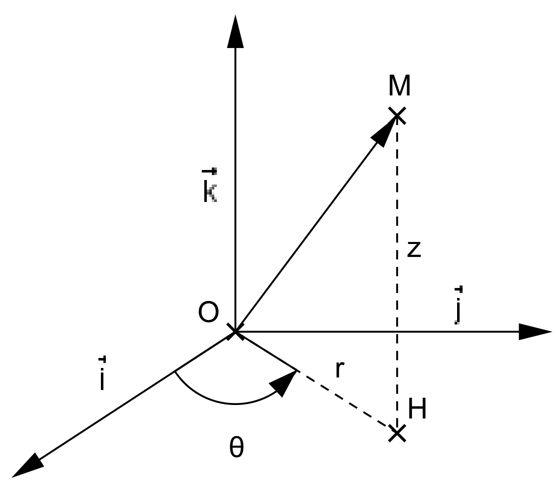
On note H le projeté orthogonal de M sur le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$; les coordonnées de H dans $\mathcal{R}$ sont donc $(x,y,0)$, i.e $\overrightarrow{OH} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j}$.

1 Coordonnées cylindriques

Soit M un point de l'espace privé de l'axe $\left(O,\vec{k}\right)$. Dans le plan orienté $(O,\vec{i},\vec{j})$, on note $\theta = \left(\vec{i},\vec{OH}\right)$ et $r = ||\overrightarrow{OH}||$, les coordonnée polaire du point H.

Tout point $M(x,y,z)$ de l'espace privé de l'axe $\left(0,\vec{k}\right)$ est repéré par trois *coordonnées cylindriques* : r, θ et z. Les relations avec les coordonnées cartésiennes sont données par :

$$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r\sin(\theta) \\ z = z \end{cases}$$



Remarque : il n'y a pas unicité des coordonnées cylindriques.

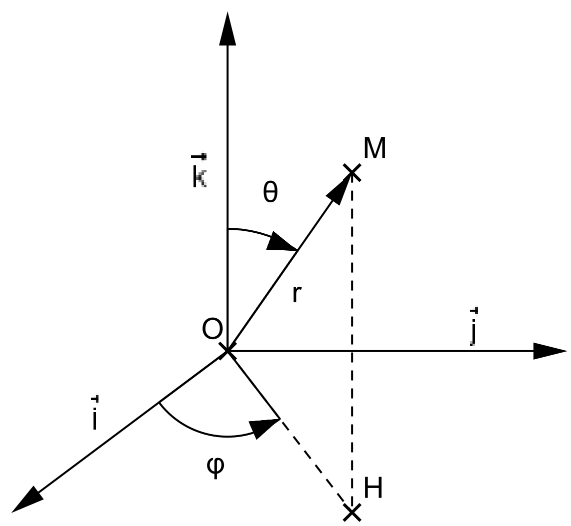
2 Coordonnées sphériques

Soit M un point de l'espace privé de l'axe $\left(O,\vec{k}\right)$. Considérons les réels r,φ, et θ définis de la manière suivante.

- $r = ||\overrightarrow{OM}||$.
- Dans le plan orienté $(O,\vec{i},\vec{j})$, on note $\varphi = \left(\vec{i},\vec{OH}\right)$.
- Posons $\vec{u}_\varphi = \cos(\varphi)\overrightarrow{i} + \sin(\varphi)\overrightarrow{j}$. Dans le plan orienté $(O,\vec{k},\vec{u}_\varphi)$, on note $\theta = \left(\vec{k},\vec{OM}\right) \in [0,\pi]$.

Tout point $M(x,y,z)$ est repéré par trois *coordonnées sphériques* : r, φ et la colatitude θ. Les relations avec les coordonnées cartésiennes sont données par :

$$\left\{\begin{array}{l} x = r\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ y = r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ z = r\cos(\theta) \end{array}\right.$$



Remarque : il n'y a pas unicité des coordonnées sphériques.