

CHAPITRE 3

DIFFRACTION

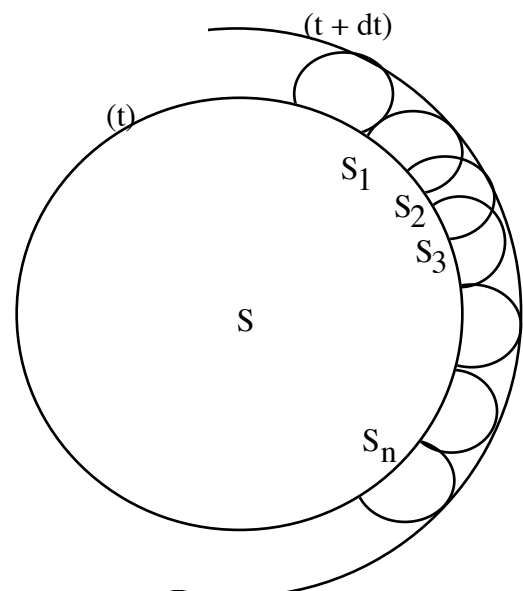
1. PRINCIPE D'HUYGENS-FRESNEL

1.1. Énoncé

Imaginé par Huygens, il consiste à dire qualitativement que tout point de l'espace atteint par une onde lumineuse peut être considéré comme une source secondaire qui réémettrait une onde sphérique et que la surface d'onde de l'onde totale à un instant ultérieur est l'enveloppe de toutes les surfaces d'onde des sources secondaires :

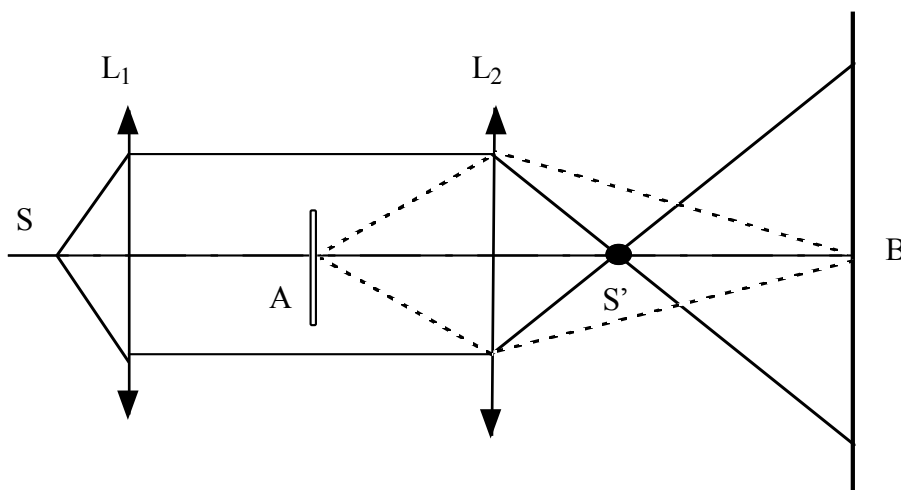
Fresnel l'a précisé pour l'énoncer sous la forme :

Chaque point M d'une surface atteinte par la lumière peut être considéré comme une source secondaire émettant une onde sphérique. L'état vibratoire de cette source est proportionnel à celui de l'onde incidente en M et à l'élément de surface dS entourant M. Les vibrations issues des différentes sources secondaires, cohérentes entre elles, interfèrent.



1.2. Mise en évidence expérimentale

La **strioscopie** constitue une expérience mettant en évidence les phénomènes de diffraction.



Dans le montage ci-dessus, la source S est placée au foyer F_1 de L_1 et donne une image S' au foyer F'_2 de L_2 .

Un objet transparent (lame de verre, plume, grille) placé en A , a son image en B par L_2 . Si on place un cache en S' , on ne devrait plus observer l'image B de A si toute la lumière passait effectivement par S' . Or on observe une image, peu lumineuse mais bien contrastée, qui montre que l'objet A a diffracté la lumière incidente, c'est-à-dire réémis cette lumière dans toutes les directions, dont une partie évite donc le cache placé en F'_2 .

Exemple : empreinte digitale sur une plaque de verre

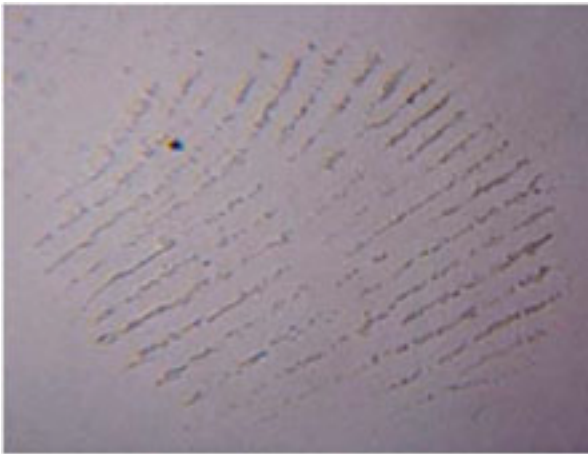


photo sans cache (sans « filtrage »)

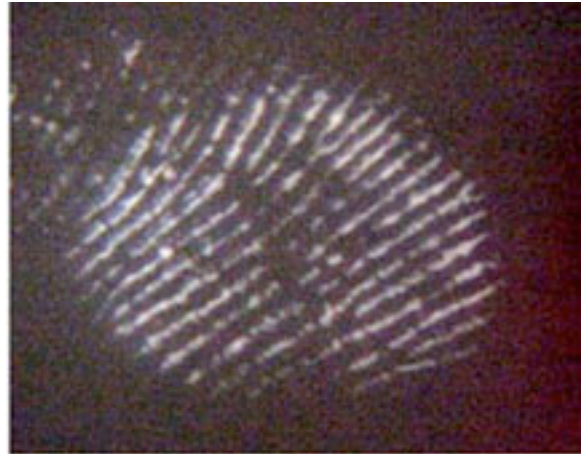
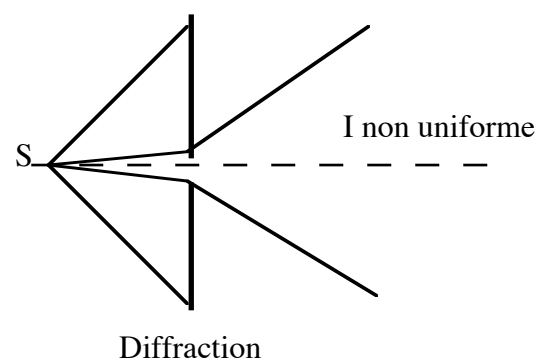
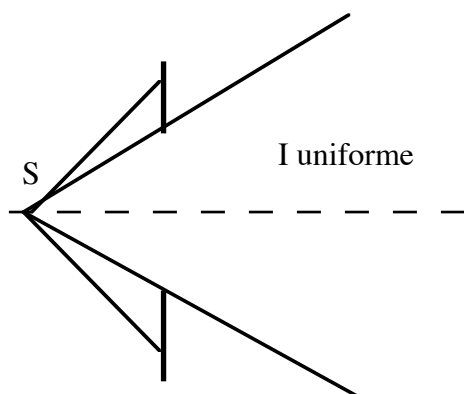


photo avec cache

1.3. Application au phénomène de diffraction

Lorsqu'un faisceau lumineux traverse une ouverture (ou diaphragme), les lois de l'optique géométrique, et notamment la propagation rectiligne dans un milieu homogène, voudraient que les bords du diaphragme limitent simplement le faisceau :



Or, on constate que si le diaphragme a des petites dimensions, par exemple de l'ordre du $1/10$ mm pour les longueurs d'onde optiques, ces lois ne sont plus respectées. Le phénomène observé sur l'écran, appelé diffraction, possède les deux caractéristiques essentielles suivantes :

- La tache lumineuse est plus large que la tache qui correspondrait à la simple trace du faisceau transmis suivant les lois de l'optique géométrique, et d'autant plus large que l'ouverture est petite.

- L'intensité lumineuse sur l'écran est structurée c'est-à-dire non uniforme.

Dans le cas où l'onde lumineuse incidente ne rencontre pas d'obstacle ou en rencontre un de grandes dimensions, le principe d'Huygens-Fresnel, qualitativement, nous « montre » (voir le premier schéma du chapitre) que le front d'onde reconstitué à partir de la superposition des fronts d'onde de toutes les sources secondaires, correspond au front d'onde initial. A l'aide du théorème de Malus nous concluons alors à une propagation rectiligne de la lumière.

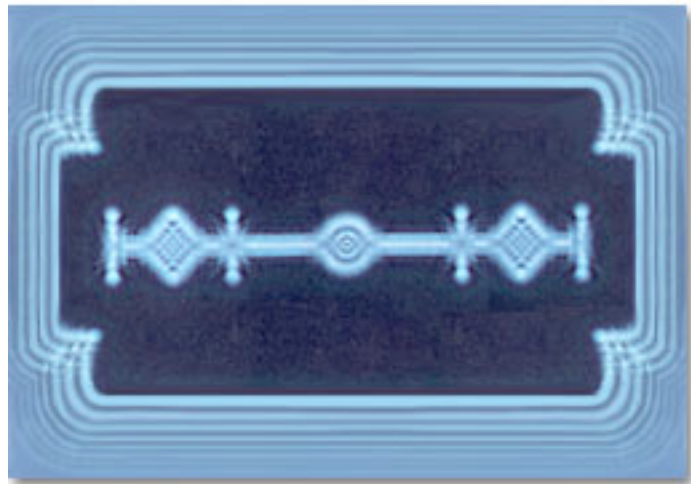
En revanche, quand l'ouverture devient petite, le front d'onde initial n'est plus reconstitué : les *effets de bord* sont alors nettement visibles et le phénomène de diffraction apparaît.

Le phénomène de diffraction est donc essentiellement un phénomène de bord : quand un obstacle quelconque limite le faisceau, le phénomène de diffraction apparaît. Il n'affecte que les bords du faisceau et si la partie centrale est "grande" devant la partie concernée par les effets de bord, le phénomène est "masqué".

La distance caractéristique sur laquelle se manifeste le phénomène de diffraction est la longueur d'onde : c'est quand une ouverture possède des dimensions de l'ordre de λ que la lumière qui la traverse est fortement affectée par le phénomène de diffraction.

Ces effets de bord peuvent être aussi mis en évidence quand on intercepte un faisceau laser par le bord d'un plan : sur un écran on n'observe pas un passage net d'une zone éclairée à une zone sombre mais au contraire des franges rectilignes au voisinage de la séparation. La zone de l'onde lumineuse concernée par ce phénomène correspond à des distances de quelques longueurs d'onde au voisinage du bord du plan.

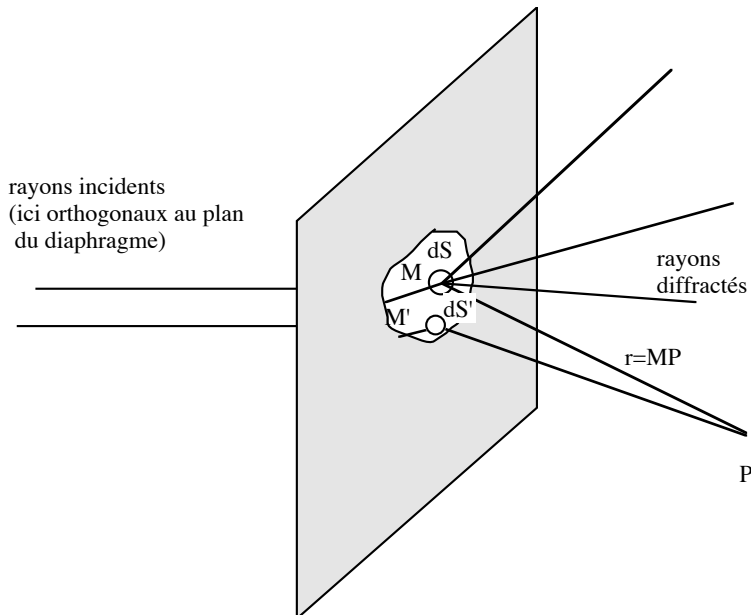
Diffraction sur les bords d'une lame de rasoir



De la même façon, une fente fine diaphragmant un faisceau laser donnera sur l'écran une "ligne" lumineuse pointillée orthogonale à la fente, avec une tâche centrale plus large et beaucoup plus lumineuse que les tâches secondaires.

2. DETERMINATION DE L'INTENSITE DIFFRACTEE

2.1. Expression générale

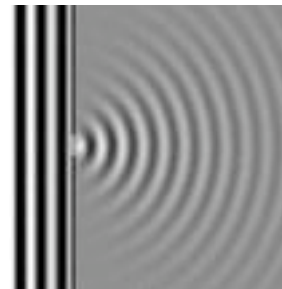


D'après le théorème d'Huygens-Fresnel, l'amplitude reçue en P de la part de toutes les sources d'une ouverture de surface S s'écrira :

$$a(P) = \iint_{M \in S} K a_0 e^{j\omega t} e^{-jkr} dS$$

où on a posé $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Le principe de diffraction par une fente est très « visuel » dans la cas des cuves à onde ...



A priori K n'est pas une constante et peut dépendre de l'angle d'émission du rayon et de la distance r, mais si les systèmes optiques sont étudiés dans les conditions de Gauss, tous les rayons sont quasi parallèles, si bien que ce terme est sensiblement constant.

Remarque : On pourrait remplacer l'ouverture parfaitement transparente par une plaque de *transparence variable* et caractérisée alors par un facteur de transmission T(M) qui apparaît alors dans l'intégrale donnant a(P) : $a(P) = \iint_{M \in S} K.T(M).a_0 e^{j\omega t} e^{-jkr} dS$

En prenant un point particulier de l'ouverture comme origine O, on peut lui associer un rayon dont l'amplitude sera $a_0 e^{j\omega t}$, tous les autres rayons ayant alors une amplitude déphasée de $\phi(M)$ (déphasage du rayon issu de M par rapport à celui issu de O), selon une méthode déjà vue. On écrira alors :

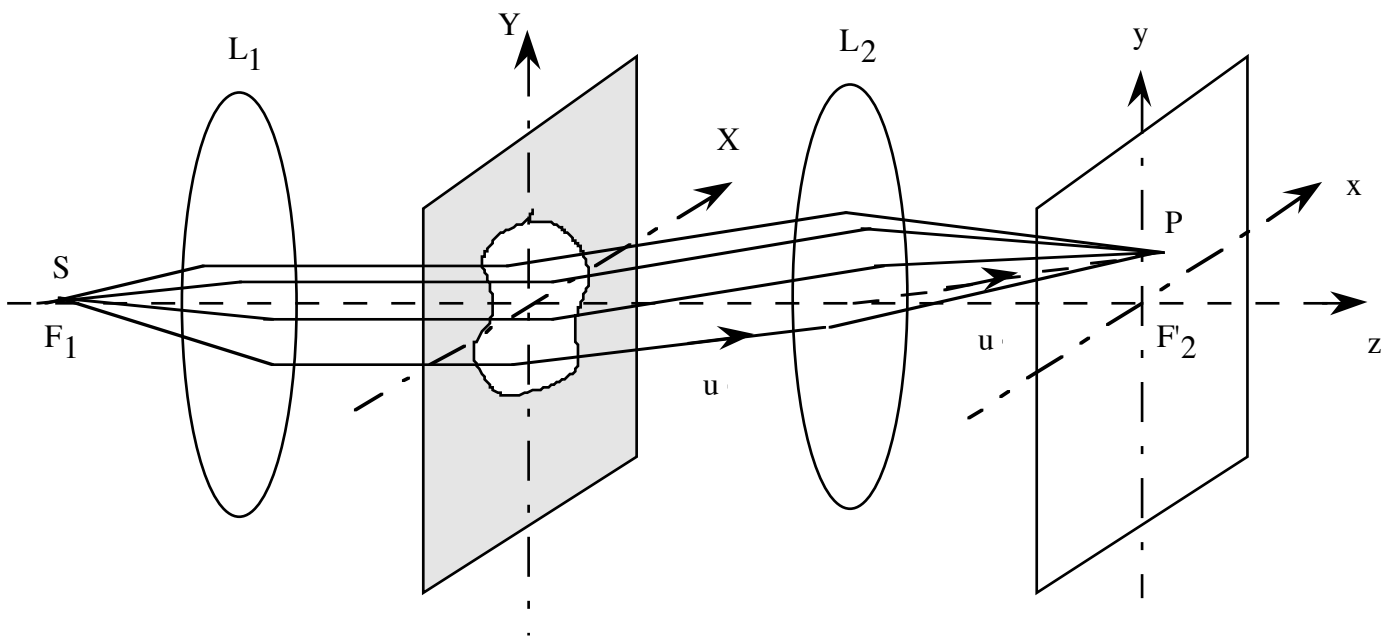
$$a(P) = \iint_S a'_0 e^{j\omega t} e^{-j\phi(M)} dS$$

Écrit sous cette forme, le principe d'Huygens - Fresnel fait apparaître le phénomène de diffraction comme un phénomène d'interférences entre tous les rayons réémis par les différents points situés à l'intérieur de l'ouverture.

2.2. Diffraction à l'infini

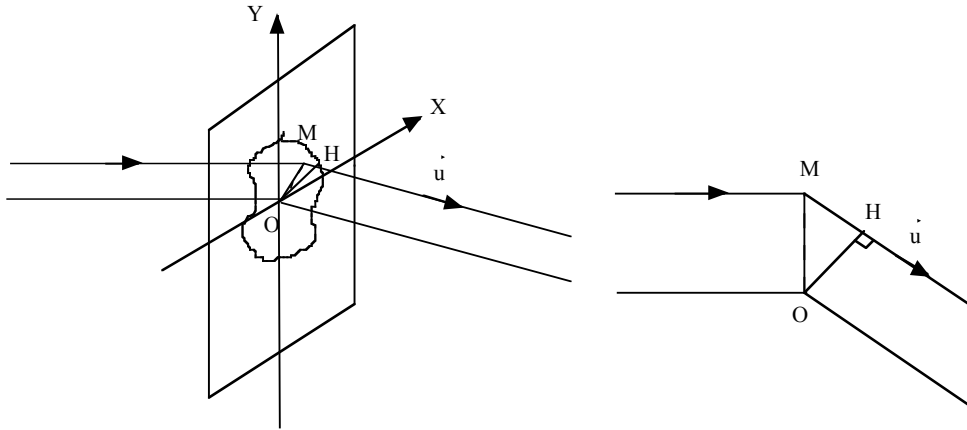
L'étude des phénomènes de diffraction est simplifiée quand on étudie l'interférence des différentes ondes à l'infini : c'est la **diffraction de Fraunhofer ou diffraction à l'infini**. Pratiquement, pour observer la figure de diffraction à l'infini d'une ouverture, c'est-à-dire le phénomène d'interférences entre les différents rayons diffractés à l'infini (donc parallèles), on réalisera le montage suivant :

La source S ponctuelle placée au foyer de L_1 , envoie sur l'ouverture un faisceau parallèle (et ici parallèle à l'axe). Cette ouverture diffracte et les rayons parallèles diffractés dans la direction \vec{u} , qui interféreraient donc à l'infini, sont ramenés en P dans le plan focal de L_2 .



Prenant une origine des phases en un point O de l'ouverture, calculons le déphasage entre l'onde émise en M quelque de l'ouverture et celle émise en O (on suppose le montage placé dans l'air, d'indice 1).

◆ Cas où $S = F_1$



On a alors : $\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$ avec $\delta = MH = -\vec{u} \cdot \vec{OM}$

En appelant O_2 le centre optique de la lentille L_2 , on a : $\vec{u} = \frac{\vec{O_2M}}{\|\vec{O_2M}\|} \approx \frac{x}{f'}\vec{u}_x + \frac{y}{f'}\vec{u}_y + \vec{u}_z$. D'autre

part, X, Y sont les coordonnées de M.

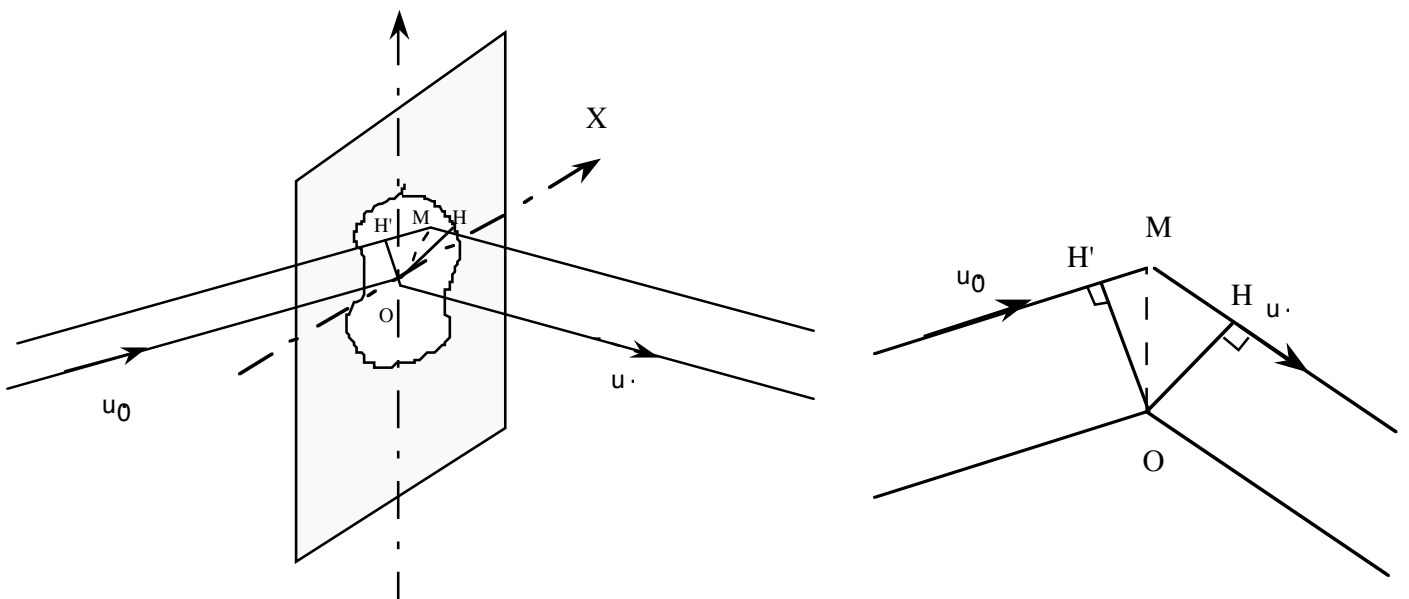
On a alors :

$$\phi = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{xX}{f'} + \frac{yY}{f'} \right)$$

L'amplitude diffractée en P s'écrit finalement, dans le cadre du montage ci-dessus :

$$a(P) = a'_0 e^{j\omega t} \iint_S e^{\frac{j2\pi(xX + yY)}{\lambda_0 f'}} dXdY$$

◆ Si S n'est pas au foyer de L_1 mais reste dans le plan focal, le faisceau qui arrive sur l'ouverture est caractérisé par une direction \vec{u}'_0 , différente de l'axe.



A la différence de marche déjà calculée s'ajoute alors la quantité : $\delta' = MH' = +\vec{u}'_0 \cdot \vec{OM}$

En appelant x_0 et y_0 les coordonnées du point P_0 du plan focal de L_2 atteint par des rayons se prolongeant dans la direction \vec{u}'_0 (P_0 correspond à l'image géométrique de S par le système des deux lentilles), la nouvelle différence de marche s'écrit :

$$\delta = \frac{X(x_0 - x) + Y(y_0 - y)}{f'}$$

En fait, cela revient à changer le centre de la figure de diffraction qui se traduira de F'_2 en P_0 , qui demeure l'image géométrique de la source S par le système des deux lentilles.

- ◆ Si on translate l'ouverture diffractante tout en gardant son plan orthogonal à l'axe du système, la figure de diffraction reste inchangée : le centre de la figure de diffraction reste l'image géométrique de la source S dans le système des deux lentilles.

3. DIFFRACTION A L'INFINI PAR UNE FENTE RECTANGULAIRE

Le calcul de $a(P)$ dépend évidemment de la forme de l'ouverture. Il est assez simple dans le cas d'une fente rectangulaire, de longueur L suivant Y et largeur l suivant X .

On trouve en effet :

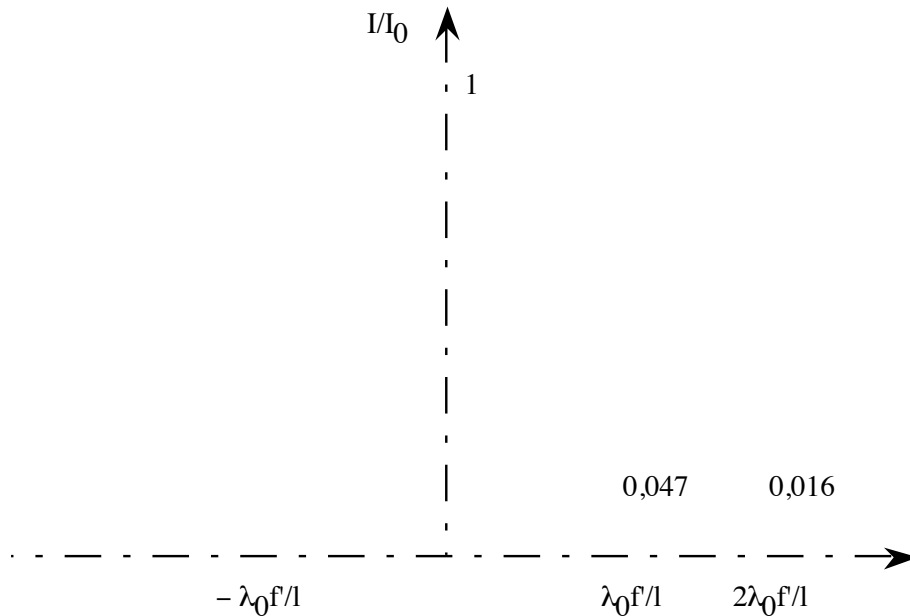
$$a(P) = a'_0 e^{j\omega t} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} e^{\frac{j2\pi x X}{\lambda_0 f'}} dX \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} e^{\frac{j2\pi y Y}{\lambda_0 f'}} dY$$

$$a(P) = a'_0 l L e^{j\omega t} \operatorname{sinc} \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'} \operatorname{sinc} \frac{\pi L y}{\lambda_0 f'}$$

D'où, en posant $I_0 = \frac{a'^2_0 l^2 L^2}{2}$, l'intensité sur l'écran est :

$$I(x,y) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'} \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi L y}{\lambda_0 f'}$$

La fonction sinc a déjà été étudiée. L'allure de $\operatorname{sinc}^2 \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'}$ est :



Cette fonction présente donc un pic en 0 et s'annule pour la première fois en $x = \frac{\lambda_0 f'}{l}$.

L'intensité observée sur l'écran est encore simplifiée si l'une des dimensions de la fente est très grande devant l'autre (on parle alors de fente fine). Si $L \gg l$ par exemple, la fonction sinc portant sur y ne sera pratiquement non nulle que pour $y = 0$ et vaudra alors 1. Il restera finalement :

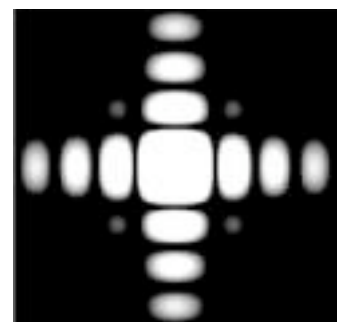
$$I = I_0 \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'}$$

On trouve alors directement l'intensité sur l'écran en examinant la courbe précédente : on observe une tache rectiligne centrale très lumineuse, entourée de taches beaucoup moins lumineuses, la tache centrale ayant une largeur double de autres. **Cette tache est d'ailleurs d'autant plus large que la fente diffractante est étroite.**

La largeur de la tache centrale de diffraction est double de celle des taches secondaires. Son intensité est beaucoup plus élevée.

Rappelons que la source lumineuse est pour l'instant ponctuelle et donc que la fente diffractante "étale" en quelque sorte son image en une ligne pointillée orthogonale à la grande direction de la fente. Si on remplace la source ponctuelle par une fente parallèle à la fente diffractante, on obtient le même résultat pour chaque point de la fente source, dont l'image est "étalée par diffraction" : on observe donc des franges rectilignes de diffraction, parallèles à la fente source (si on incline la fente, les franges s'inclinent également). Ces franges ont la même répartition d'intensité que les taches précédentes et la frange centrale est deux fois plus large que les autres.

Rq. Si les deux dimensions de la fente sont du même ordre on observe des taches dans les deux dimensions x et y , avec beaucoup plus de luminosité sur les axes x et y , d'où l'impression d'une croix pointillée avec quelques taches secondaires en dehors des axes.

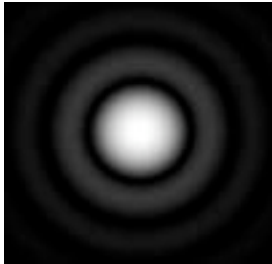


4. IMPORTANCE DE LA DIFFRACTION EN OPTIQUE

4.1. Rôle de la diffraction dans le pouvoir de résolution des instruments d'optique

Nous avons vu que le passage d'une onde lumineuse à travers une ouverture s'accompagne nécessairement du phénomène de diffraction. Or tous les instruments d'optique comportent des lentilles ou des pupilles qui limitent les faisceaux et sont donc également concernés par ce phénomène.

On s'intéresse en optique géométrique à des systèmes centrés : dans ces derniers les ouvertures ou dioptries ou lentilles sont circulaires. Il est donc intéressant de connaître, au moins en diffraction à l'infini, la figure de diffraction d'une ouverture circulaire.

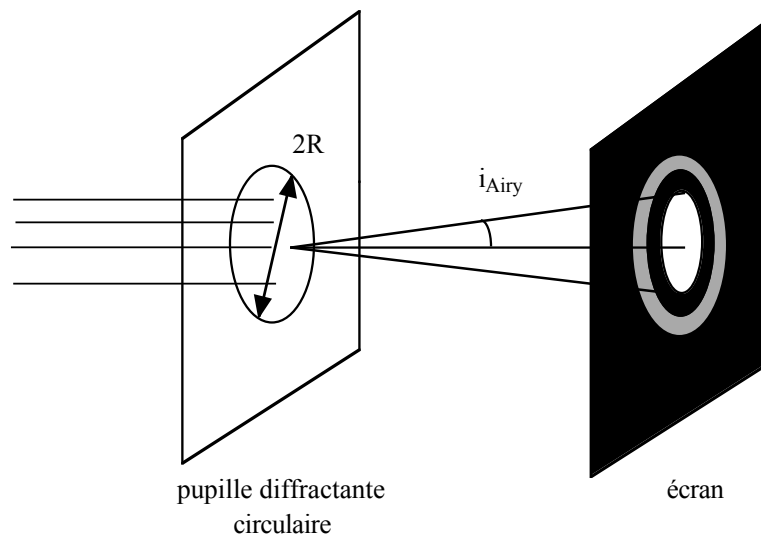


Sans entrer dans le détail du calcul de l'intensité diffractée, on peut remarquer que le problème étant de révolution autour de l'axe de la pupille circulaire, on obtiendra des **anneaux de diffraction**.

Ainsi, si l'on revient au montage classique de diffraction à l'infini, une source ponctuelle S étant placée au foyer objet d'une première lentille éclairant l'ouverture diffractante, on aura, au foyer image d'une deuxième lentille d'observation, de tels anneaux. En particulier la tache centrale, appelée **tache d'Airy**, aura un *rayon angulaire*:

$$i_{\text{Airy}} = \frac{1.22 \lambda}{2R}$$

où R est le rayon de la pupille diffractante.



Alors que les lois de l'optique géométrique auraient voulu que l'image de S sur l'écran soit ponctuelle, le phénomène de diffraction entraîne la formation d'une tache image, limitant ainsi le stigmatisme ...

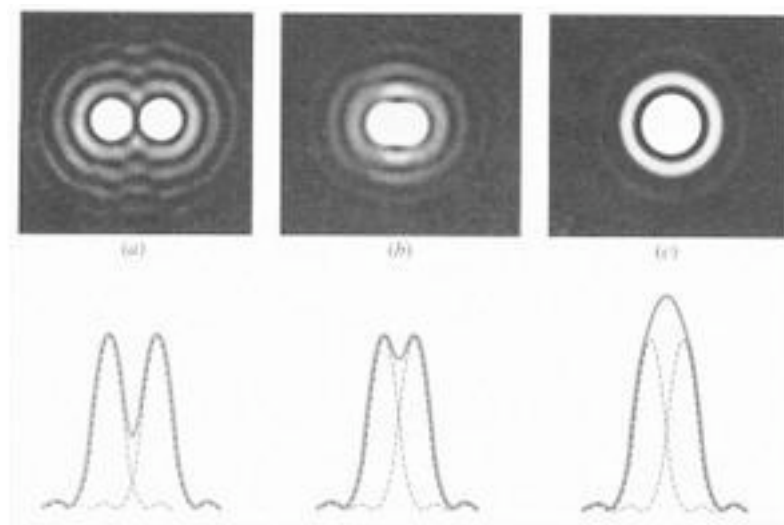
Deux points voisins S et S' donneront alors sur l'écran deux taches voisines qui risquent de se "mélanger" : **ainsi, très généralement, la diffraction limite le pouvoir de résolution des instruments d'optique.**

Prenons *l'exemple de la lunette astronomique* : c'est un système afocal qui permet d'observer une étoile double éloignée par exemple. Les deux étoiles sont vues sous un diamètre angulaire α . Le grandissement angulaire $G > 1$ de la lunette permet d'obtenir deux images à l'infini, sous un diamètre apparent $\alpha' = G\alpha$.

Si nous supposons que le faisceau lumineux traversant la lunette est limité par une ouverture de rayon R, ces deux images sont en fait deux taches possédant chacune un rayon angulaire i_{Airy} . Il nous faut alors adopter un critère de séparation de ces deux taches. C'est le **critère de Rayleigh** :

Critère de Rayleigh :

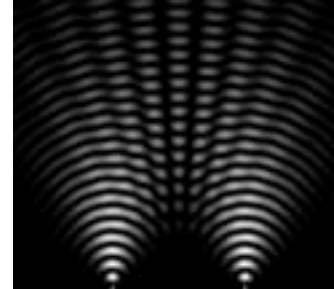
Il y aura séparation de deux taches de diffraction si la distance séparant les deux sommets des pics de diffraction est au moins égale à la distance entre le sommet et le pied d'un pic.



4.2. Rôle de la diffraction dans les dispositifs interférentiels

La diffraction est essentielle dans les phénomènes d'interférences utilisant des ouvertures comme sources corrélées : c'est le cas des fentes d'Young (nous nous limiterons à des fentes éclairées en lumière parallèle et des interférences observées à l'infini).

Cas des interférences à deux ondes obtenues dans une cuve à ondes dans un dispositif type « trous d'Young »



Ce sera également le cas d'un dispositif spectroscopique très utilisé et que nous étudierons : les réseaux (nous pouvons pour l'instant considérer ceux-ci comme un ensemble de N fentes d'Young parallèles équidistantes.).

Dans les deux cas, on s'intéresse aux interférences entre rayons diffractés parallèles. Or, dans le dispositif des fentes d'Young, nous avons fait implicitement l'hypothèse que l'amplitude a_0 des rayons diffractés était indépendante de la direction de diffraction. L'étude de la diffraction nous a montré qu'il n'en est rien. Pour autant, il n'est pas nécessaire de reprendre entièrement les calculs : il suffit de substituer à a_0 l'amplitude diffractée calculée plus haut :

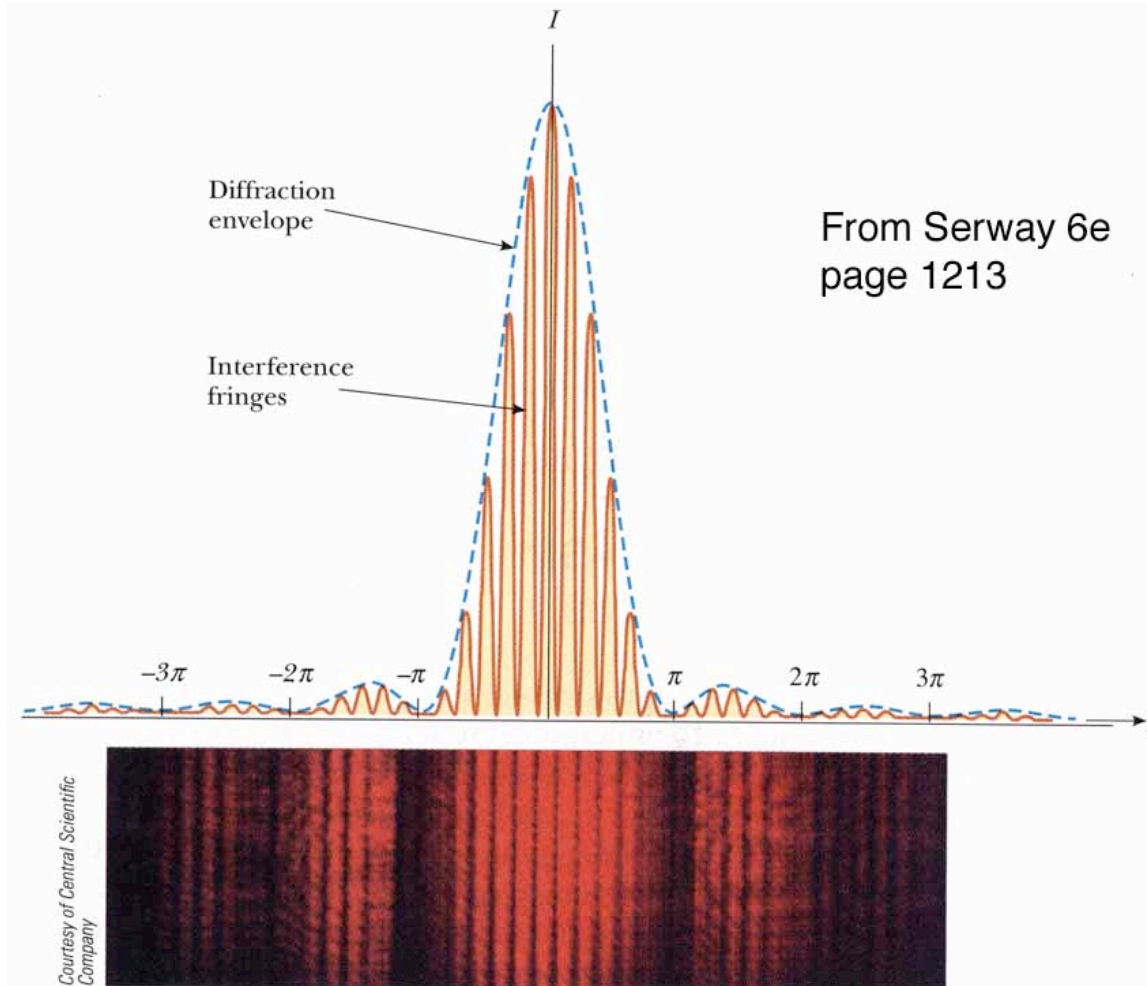
$$a_0 \text{ -----} > a_0 \operatorname{sinc} \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'}$$

en reprenant des notations précédentes.

On devra donc changer les résultats obtenus pour l'intensité selon les formules :

$$I = I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi a x}{\lambda_0 f'} \right) \text{ -----} > I = I_0 \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi l x}{\lambda_0 f'} \left(1 + \cos \frac{2\pi a x}{\lambda_0 f'} \right)$$

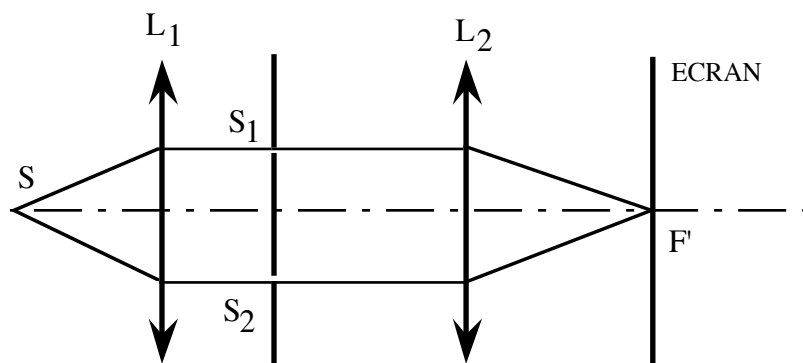
La distinction entre a et l est d'autant plus importante que leurs ordres de grandeur sont en général assez différents : si notamment $l \ll a$ la fonction de diffraction enveloppe la fonction d'interférences.



Il apparaît ici encore que la diffraction limite le phénomène d'interférences, celui-ci n'étant pratiquement observable qu'à l'intérieur de la tache centrale de diffraction.

En outre, sans entrer dans le détail des calculs, l'existence du phénomène de diffraction rend plus intéressant le montage des fentes d'Young en lumière parallèle.

En effet, dans ce montage les figures de diffraction de chaque fente sont centrées au même point F' et se recouvrent parfaitement : le phénomène d'interférences est alors bien visible dans cette partie commune.



Sans entrer dans le détail des calculs d'une diffraction à distance finie, il est facile d'admettre que dans le montage « simple » sans lentille, les taches centrales de diffraction de chaque fente sont dans le prolongement des rayons non déviés : on a alors un moins bon recouvrement et le phénomène est moins lumineux...