ELECROMAGNETISME 2

Equations de Maxwell
Induction

E2_1 Champs et énergie dans un câble coaxial

Entre les armatures d'un câble coaxial de rayons intérieur a et extérieur b, aux parois parfaitement conductrices (on admettra que dans un conducteur parfait le champ électromagnétique variable est identiquement nul) , règne un champ électromagnétique dont le vecteur $\vec{E}$ est de la forme :

$$\vec{E} = E(r) \exp j(kz - \omega t)\ \vec{e_r} \text{ en coordonnées cylindriques;}$$

Le champ $\vec{B}$, lui, sera cherché sous la forme : $\vec{B} = \vec{B_0}(r) \exp j(kz - \omega t)$

Sachant que E(r) tend vers une limite E_0 quand r tend vers a, calculer E(r). Calculer $\vec{B_0}(r)$.

Calculer les densités surfaciques de courant et de charge apparaissant sur les armatures du câble. Quelle est la relation traduisant la conservation locale de la charge ?

Déterminer le vecteur de Poynting et la densité d'énergie électromagnétique. Vérifier la relation de conservation de l'énergie entre les armatures du câble.

En utilisant l'énergie localisée entre les armatures, montrer qu'on peut associer à ce câble une capacité et une inductance linéiques que l'on déterminera en fonction des caractéristiques géométriques du câble.

E2_2 Vecteur de Poynting dans un condensateur plan

Un condensateur plan a des armatures circulaires de rayon R, distantes de e dans le vide. On néglige les effets de bord et on suppose qu'à tout instant, le champ électrique entre les armatures est uniforme.

1°) Déterminer le vecteur de Poynting et calculer son flux sortant à travers la surface latérale cylindrique de rayon R.

2°) Comparer ce flux à la dérivée, par rapport au temps, de l 'énergie électrostatique. Interpréter et justifier.

E2_3 Translation d'une tige par induction

Deux rails conducteurs horizontaux supportent deux tiges conductrices mobiles sans frottement qui se déplacent perpendiculairement aux rails. L'écartement des rails étant a, la masse de chaque tige m et leur résistance R (seules résistances non négligeables du circuit) , l'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et constant, orthogonal au plan des rails.

On communique aux deux tiges des vitesses initiales V_{10} et V_{20}. Etudier leur mouvement ultérieur.

E2_4 Rotation d'une tige par induction

A l'intérieur d'un long solénoïde comportant n spires par unité de longueur, on place une tige isolante de longueur 2a, uniformément chargée avec la densité linéique λ. La tige, centrée sur l'axe du solénoïde, est mobile autour de celui-ci. Son moment d'inertie par rapport à cet axe sera noté J.

On fait passer le courant dans le solénoïde de 0 à I. Etudier le mouvement de la barre en négligeant les champs qu'il produit.

E2_5 Dissipation d'énergie par courants de Foucault

Un barreau conducteur (conductivité σ) a la forme d'un cylindre de rayon a et de hauteur H. Il est soumis à un champ magnétique sinusoïdal parallèle à son axe.

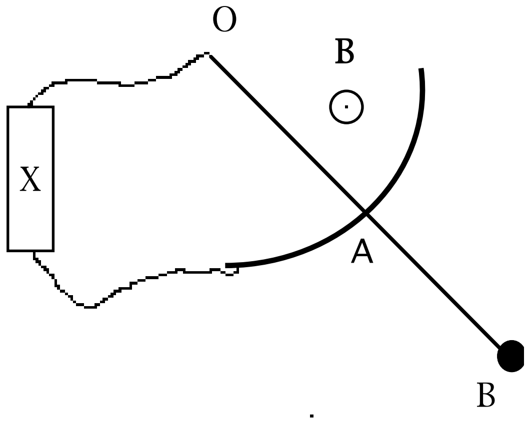
Déterminer la puissance moyenne dissipée dans le barreau en négligeant les phénomènes d'auto-induction.

On remplace le système précédent par N barreaux de même hauteur, de rayon plus faible, mais occupant globalement le même espace (On supposera que N est suffisamment grand pour négliger l'espace vide entre les barreaux) . Calculer la nouvelle puissance moyenne dissipée . Commenter.

E2$_6$ Modifications d'un mouvement pendulaire par induction

Une tige conductrice OB, de masse négligeable et de longueur 2l porte en B une masse ponctuelle M. Elle fait partie du circuit électrique suivant :

Le milieu de la tige A est en contact électrique mobile sans frottement avec un conducteur circulaire et le circuit est fermé en incluant un dipôle électrocinétique X (X = R, L ou C). L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et constant parallèle à l'axe de rotation de la tige.



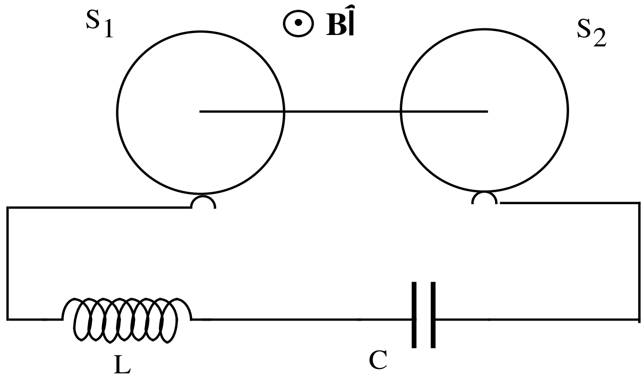
Celle-ci étant écartée de sa position d'équilibre d'un petit angle α et lâchée sans vitesse initiale, étudier son mouvement ultérieur suivant la nature de X.

E2$_7$ Roues de Barlow

Deux roues de Barlow identiques de masse m et de rayon a sont plongées dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à leur plan. Elles sont branchées en série avec un condensateur C et une inductance L.

A t = 0, le condensateur est déchargé, une roue est immobile et l'autre lancée avec la vitesse angulaire ω_0.

Déterminer la charge du condensateur et les vitesses angulaires des deux roues en fonction du temps.



Réponses :

E2$_3$: $v_1 = \frac{v_{10}-v_{20}}{2} e(-t/\tau) + \frac{v_{10}+v_{20}}{2}$ et $v_2 = \frac{v_{20}-v_{10}}{2} e(-t/\tau) + \frac{v_{10}+v_{20}}{2}$, avec $\tau = \frac{mr}{(aB)^2}$

E2$_4$: mouvement de rotation de pulsation : $\omega = -\frac{\lambda\mu_0 na^3}{3J} I$

E2$_5$: $P = 1/8\sigma\pi H(dB/dt)^2a^4$; $P' = P/N$.

E2$_6$: X = R : $d^2\theta/dt^2 + 2\sigma\omega_0 d\theta/dt + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2l}}$ et $2\sigma\omega_0 = \frac{B^2l^2}{16MR}$

X = L : $d^2\theta/dt^2 + \omega^2\theta = \frac{B^2l^2}{16ML}\theta_0$ avec $\omega^2 = \frac{B^2l^2}{16ML} + \omega_0^2$

X = C : $d^2\theta/dt^2 + \omega'^2\theta = 0$ avec $\omega'^2 = \frac{2Mgl}{4Ml^2+B^2l^4C/4}$

E2 : $d^2i/dt^2 + \Omega^2 i = 0$ avec $\Omega^2 = \frac{1}{\ldots} + \frac{(Ba^2)^2}{\ldots}$