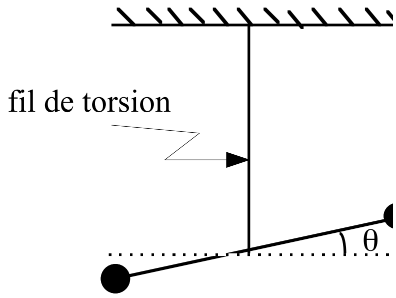
PHYSIQUE DES ONDES
EXERCICES 1

PO11 : Echelle de perroquet

On considère une chaîne infinie de pendules de torsion (constitués de 2 masses m accrochées aux extrémités d'une tige qu'on supposera de masse nulle et de longueur 2l) couplés par un fil de constante de torsion C.

Note : le moment du couple de rappel exercé par un fil de constante de torsion C sur un pendule vaut : $\Gamma = -C\theta$, si θ est l'angle dont a tourné le pendule par rapport à sa position d'équilibre.



Au repos, les angles de torsion sont tous nuls.

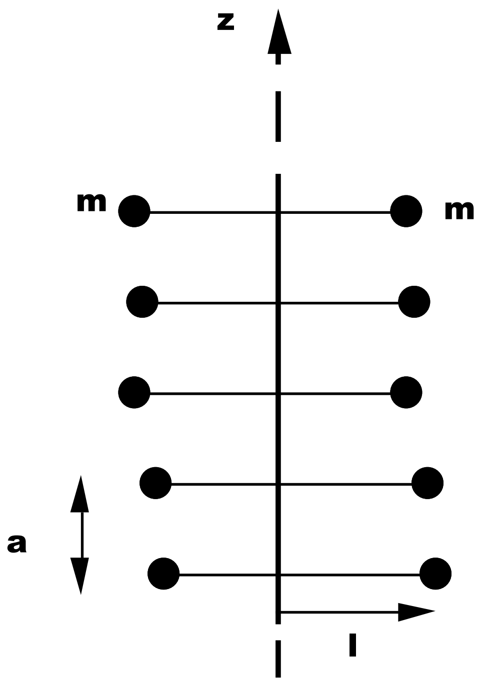
Hors équilibre, on appelle θ_k l'angle dont a tourné le k$^{\text{ième}}$ pendule.

1°) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ_k .

2°) En faisant l'approximation des milieux continus, on pourra poser $\theta_k = \theta(z,t)$. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\theta(z,t)$ vérifie une équation de d'Alembert .

3°) De quelle forme sont les solutions générales de cette équation ?

4°) On suppose que les deux extrémités de l'échelle sont fixes. Montrer qu'il est possible de trouver des solutions à cette équation de la forme $\theta(z,t) = f(z)g(t)$. Déterminer les fonctions f et g qui conviennent et faire apparaître les modes propres de l'échelle.



L'extrémité basse peut être excitée à différentes fréquences réglables à l'aide d'un petit moteur.

Lors de manipulations avec l'échelle de perroquet dont l'extrémité supérieure est bloquée, on trouve les résultats suivants :

2 fuseaux 1/2 pour 15 hz ; 3 fuseaux 1/2 pour 20 Hz ; 4 fuseaux 1/2 pour 26 Hz.

5°) Montrer que ces résultats sont cohérents entre eux

6°) Quelles auraient les fréquences des premiers modes propres si l'extrémité supérieure de l'échelle avait été laissée libre ?

PO1$_2$ Réflexion et transmission d'une onde dans une corde tendue

Une corde, tendue par une tension horizontale F, s'étend de $-\infty$ à $+\infty$. Elle se compose en fait de deux demi-cordes, de masses linéiques μ_1 et μ_2 , s'étendant respectivement de $-\infty$ à 0 et de 0 à $+\infty$.

Etudier le comportement d'une onde sinusoïdale provenant de $-\infty$.

PO1$_3$ Impédance parasite dans une ligne électrique

Une ligne électrique, d'impédance caractéristique Z_C, s'étend de $-\infty$ à $+\infty$. On place en $x = 0$ une impédance Z_0 en parallèle sur la ligne. .

Etudier le comportement d'une onde de tension et courant sinusoïdale provenant de $-\infty$ quand elle arrive en $x = 0$. On étudiera notamment le cas où $Z_0 = Z_C$.

Quels cas particuliers peut-on retrouver ?

PO1$_4$ Superposition d'ondes acoustiques dans un tuyau sonore – Impédance ramenée.

Dans un tuyau cylindrique sonore de section S, rempli d'un fluide caractérisé par le coefficient χ_S et les valeurs P_0 et ρ_0 de la pression et de la masse volumique au repos, on étudie la propagation d'une onde acoustique plane sinusoïdale, définie par l'élongation complexe : $y_i(x, t) = a_i \exp j(\omega t - kx)$.

1) Déterminer la relation entre k et ω, les expressions de la surpression $p_i(x, t)$ et de la vitesse $v_i(x, t)$ et l'impédance acoustique associée.
2) On considère une seconde onde plane se propageant en sens inverse, de la forme $y_r(x, t) = a_r \exp j(\omega t + kx)$. Déterminer la surpression p_r et la vitesse v_r associées.

3) L'onde "négative" est en fait une onde retour due à la réflexion de l'onde "positive" sur le fond du tuyau à l'abscisse d. Ce fond est formé d'une membrane élastique schématisée par un piston de masse m, soumis, en plus des forces de pression, à une force de rappel $-qy(d, t)$ et une force de frottement fluide $- f\,\dot{y}$. De l'autre côté de la membrane s'exerce la pression P_0. Déterminer alors l'impédance Z(d) associée à la membrane et en déduire l'impédance ramenée à l'entrée Z(0).