Thermodynamique 3
Phénomènes de transfert

Th31 Répartition de température dans un fil électrique.

Un fil cylindrique, de rayon a, est parcouru par un courant électrique uniforme d'intensité I, en régime permanent. Il est entouré d'une gaine isolante d'épaisseur b, la température extérieure étant constamment égale à T_0. On néglige tout effet de bord et on note respectivement γ la conductivité électrique du fil et λ et k les conductivités thermiques du fil et de la gaine.

Déterminer la répartition de température dans le fil et la gaine. Où cette température est -elle maximale ?

Th32 Evaporation de l'éther dans un tube

De l'éther est placé dans un tube de section *S*. Initialement il occupe une hauteur $H = 15$ cm et est surmonté d'une colonne d'air de hauteur $h_0 = 5$ cm. L'éther s'évapore lentement et diffuse dans l'air qui le surmonte.

La partie supérieure du tube est en contact avec un courant d'air parfaitement sec.

1 – *Détermination des conditions aux limites*.

- Quelle est la concentration moléculaire d'éther au sommet du tube.
- Quelle est-elle juste au dessus du niveau d'éther liquide ?

2 – *Courant d'éther dans le tube*

- A quelle condition pourra-t-on considérer le régime stationnaire de diffusion des molécules d'éther établi dans le tube ?
- Donner, dans ces conditions, la loi de répartition des molécules d'éther.
- En déduire la densité de courant de molécules d'éther.

3 – *Durée d'évaporation.*

- Evaluer le temps nécessaire à l'évaporation complète de l'éther.
- La condition précédente est-elle vérifiée ? Discuter.

Données :

- Ether : masse molaire $M = 74{,}1$ g. mol^{-1} , masse volumique $\rho = 626$ kg.m^{-3}
- Pression de vapeur saturante à la température de l'expérience $P_s = 0{,}583$ bar
- Diffusivité de l'éther dans l'air $D = 1{,}5.\ 10^{-5}$ m^2.s^{-1}

Th33 Bouffée de chaleur

Un milieu unidimensionnel, de masse volumique ρ, de chaleur massique c, de conductivite thermique λ est le siège de fluctuations de température autour d'une température moyenne T_0 : dans ce milieu, la température est de la forme $T(x, t) = T_0 + \theta(x, t)$.

On admettra (ou on pourra démontrer) que la fonction $\theta(x, t) = \dfrac{A}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\dfrac{x^2}{4Dt}\right)$ où $D = \dfrac{\lambda}{\rho c}$, est solution de l'équation de diffusion de la chaleur.

Le milieu est une barre cylindrique de section S parfaitement calorifugée, de très grande longueur, initialement à la température T_0. On apporte, à $t = 0$, une chaleur Q au milieu de la barre.

Déterminer les fluctuations $\theta(x, t)$ dans la barre. Donner l'allure des fonctions $\theta(x_0, t)$ et $\theta(x, t_0)$. Commenter.

A.N. $D = 4{,}5.10^{-4}$ m^2.s^{-1} (métal) ou 5.10^{-7} m^2.s^{-1} (bois). A quelle date la température passe-t-elle par un maximum à 10 cm et à 1 m de l'extrémité de la barre ?

On donne : $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-y^2)\, dy = \sqrt{\pi}$

Th34 Sédimentation

Un récipient contient un liquide homogène, de masse volumique ρ, dans lequel on ajoute des macromolécules insolubles de masse volumique $\rho_0 > \rho$. La solution obtenue est maintenue homogène jusqu'à la date t=0. A partir de cet instant, elle est abandonnée à elle-même. Le mouvement est vertical et les macromolécules sont soumises, entre autres, à une force de type visqueux $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$, α étant une constante positive et $\vec{v}$ la vitesse des molécules. On pose D le coefficient de diffusion des macromolécules dans le liquide

1) Trouver l'équation différentielle du mouvement des macromolécules suivant un axe Oz vertical ascendant, l'origine O coïncidant avec le fond du récipient.
2) Montrer que ces particules atteignent une vitesse limite v_l (que l'on pourra exprimer en fonction de m, g, α, ρ et ρ_0).
3) La vitesse limite étant supposée atteinte très rapidement, donner l'expression du courant volumique d'entraînement $\vec{J}_e$ des macromolécules à la cote z où leur concentration molaire est $C(z)$.
4) Déterminer, en régime stationnaire, la loi de variation de C avec z.
5) On suppose qu'à t = 0, la solution occupe une hauteur h_0 du récipient et que la concentration en macromolécules y est uniforme de valeur C_0. Déterminer entièrement $C(z)$.

Réponses :

Th31 : $T(r) = T(a) - \dfrac{I^2}{4\gamma\lambda(\pi a^2)^2}.(r^2 - a^2)$ avec $T(a) = T_0 + \dfrac{I^2}{2\gamma k(\pi a^2)}.\ln(1 + \dfrac{b}{a})$

Th32 : $\tau = \dfrac{\rho RT}{DMP_s}(1/2.H^2 + h_0H) = 122{,}6\text{h}$

Th33 : $\theta(x, t) = \dfrac{Q}{\rho cS\sqrt{4\pi Dt}}\exp(-\dfrac{x^2}{4Dt})$. En x_0, θ passe par un maximum à $t(x_0) = \dfrac{{x_0}^2}{2D}$

métal t = 11 s , $1{,}1.10^3$ s bois t = 10^4 s , 10^6 s