CHAPITRE PO6

RAYONNEMENT DIPOLAIRE ÉLECTRIQUE

1. HYPOTHESES D'ETUDE

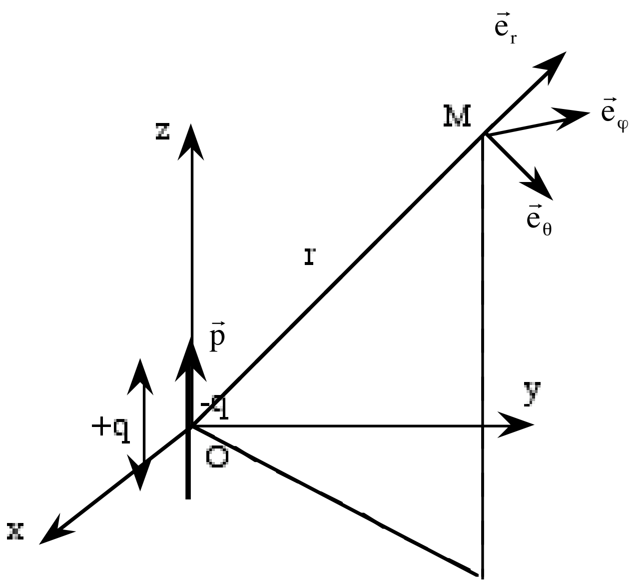
1.1. Le dipôle oscillant

Nous allons dans ce paragraphe décrire l'onde électromagnétique engendrée à grande distance par un dipôle électrique oscillant. Ce type d'onde présente un grand intérêt car on le rencontre dans divers phénomènes. Nous avons vu notamment que dans les milieux diélectriques, sous l'action d'un champ électrique, sont créés des moments dipolaires volumiques. Si le champ appliqué est sinusoïdal, ces dipôles le seront également et engendreront des ondes électromagnétiques elles-mêmes sinusoïdales. Ce phénomène, dans lequel des électrons « excités » par un rayonnement incident émettent eux-mêmes un rayonnement dont nous allons étudier les caractéristiques, est appelé **diffusion d'une onde**. Nous reviendrons plus loin sur l'aspect énergétique du phénomène. Les antennes émettrices d'ondes hertziennes d'autre part, parcourues par des courants sinusoïdaux de haute fréquence pourront être également modélisées par des dipôles oscillants : les ondes hertziennes correspondantes seront engendrées par ces dipôles.

Nous considérons donc un dipôle oscillant simple constitué d'une charge - q fixe placée à l'origine et d'une charge +q ayant un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude l suivant l'axe Oz. Ce système est donc caractérisé par un moment dipolaire de la forme :

$$\vec{p} = p_0\, e^{j\omega t}\, \vec{e}_z$$

en notation complexe (avec $p_0 = ql$), Ce dipôle est placé dans le vide et nous désirons calculer le champ électromagnétique qu'il crée à la distance r du dipôle.



1.2. Les 3 zones du dipôle rayonnant

Trois distances caractéristiques interviennent dans le problème :

- les dimensions propres du dipôle, représentées par la longueur l

- la longueur d'onde λ associée à la fréquence d'oscillation du dipôle

- la distance r à laquelle on étudie le champ rayonné.

Nous nous plaçons en outre dans le cadre de la mécanique classique où la vitesse de la charge mobile reste très inférieure à c. Cette dernière condition peut s'exprimer différemment en écrivant : $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$. Or la vitesse maximale de la charge q est lω et la condition précédente s'écrit :

$$l\omega << c \Rightarrow l << \frac{\lambda}{2\pi}$$

Nous retiendrons donc l'hypothèse d'étude : **l << λ.**

Rappelons que la longueur d'onde représente aussi la distance parcourue dans le vide par une onde engendrée par l'oscillation du dipôle, pendant une période.
Il apparaît alors que deux zones extrêmes sont envisageables :

- si r<< λ, le temps mis par l'onde pour atteindre le point M est très petit devant la période d'oscillation : on peut considérer qu'il n'intervient pas et que dans cette zone, le dipôle se comporte « à chaque instant » comme un dipôle permanent : le champ électrique serait alors le champ classique d'un dipôle , variant en . Cette zone est appelée **zone statique** .

- si r >> λ au contraire, la propagation devient l'aspect essentiel du phénomène : on parle de **zone de rayonnement**. Concrètement, pour une antenne radio émettant des ondes dont la longueur d'onde est de l'ordre du mètre, r sera d l'ordre du kilomètre.

Entre ces cas extrêmes existe évidemment une **zone intermédiaire** où r ≈ λ

Nous pouvons retenir à présent les trois longueurs caractéristiques associées à notre étude et les zones :

l : longueur du dipôle oscillant	**r >> λ >> l**	**zone de rayonnement**
λ : longueur d'onde dans le vide associée à la pulsation ω	**r ≈ λ >> l**	**zone intermédiaire**
r : distance du point d'étude au dipôle	**λ >> r >> l**	**zone statique**

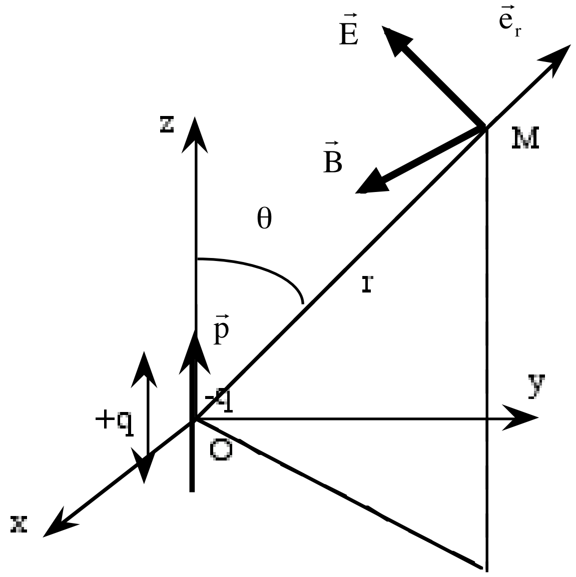
2. CHAMP ELECTROMAGNETIQUE RAYONNE

2.1. Expression des champs

Nous admettrons sans démonstration que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ rayonnés par le dipôle électrique oscillant, s'écrivent **en un point M de la zone de rayonnement** :

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} p_0 \sin\theta \, \frac{\omega^2}{rc} e^{j(\omega t - kr)} \, \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{E} = -\frac{\mu_0}{4\pi} p_0 \sin\theta \, \frac{\omega^2}{r} e^{j(\omega t - kr)} \, \vec{e}_\theta$$



2.2. Caractéristiques de l'onde rayonnée

Des expressions précédentes, on tire la relation : $\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{e}_r \wedge \vec{E}}$

La relation entre est les champs est celle d'une onde plane dans le vide. Le module des champs par contre varie en $\frac{1}{r}$, mais dans une portion d'espace suffisamment limitée, on peut la considérer comme constante :

L'onde engendrée par le dipôle oscillant dans la zone de rayonnement est localement plane.

On peut faire encore plusieurs remarques intéressantes :

- La décroissance des champs rayonnés est en $\frac{1}{r}$ et non en $\frac{1}{r^2}$ comme pour des charges ponctuelles, voire en $\frac{1}{r^3}$ pour un dipôle. L'onde rayonnée s'affaiblit moins vite en amplitude à grande distance.

- La direction de propagation étant caractérisée par le vecteur $\vec{e}_r$, $\vec{E}$ reste colinéaire à $\vec{e}_\theta$: l'onde rayonnée est **polarisée rectilignement**.

- **L'émission est directionnelle : l'amplitude de l'onde émise dépend de la direction d'émission :** retenons qu'**elle est nulle dans la direction de e** (le dipôle ne rayonne pas sur son axe) **et maximale dans une direction orthogonale à $\vec{p}$** : une antenne émettrice d'une onde hertzienne horizontale sera verticale.

Examinons enfin l'aspect énergétique du problème :

2.3. Puissance rayonnée

Le vecteur de Poynting associé à l'onde rayonnée s'écrit :

$$\vec{R} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{1}{\mu_0 c}E^2\,\vec{e}_r \qquad <\vec{R}> = \frac{p_0{}^2\omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\,\vec{e}_r$$

Ce vecteur est bien dirigé selon la direction et le sens de la propagation. Calculons alors la puissance moyenne traversant une sphère de rayon r centrée en sur le dipôle :

$$P = \iint_S <\vec{R}>.\,d\vec{S} = \iint_S \frac{p_0{}^2\omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

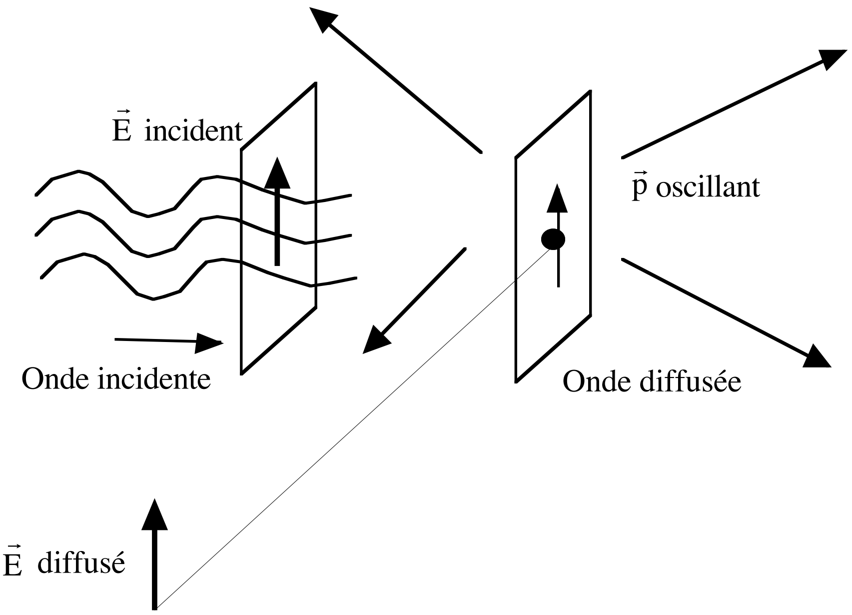
$$<P> = \frac{p_0^2\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin^3\theta d\theta = \frac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

On constate que cette puissance est la même à travers toute sphère centrée sur le dipôle : l'énergie totale propagée par l'onde se conserve : le vide est bien transparent. On voit donc que la décroissance en $\frac{1}{r}$ des champs et en $\frac{1}{r^2}$ du vecteur de Poynting ne correspondent pas à une absorption de l'onde, mais à son caractère sphérique sur de longues distances.

3. LA DIFFUSION RAYLEIGH

3.1. Création d'une onde par diffusion

Nous ne nous sommes pas intéressés jusqu'à présent à la cause des oscillations du dipôle. Celui-ci peut être « excité » par une onde incidente sinusoïdale. **Il va donc se créer une onde dite de diffusion**. Ainsi la lumière issue du soleil excite les molécules d'air qui créent à leur tour une lumière diffusée.



Le dipôle oscillant généré par le champ électrique de l'onde incidente possède ainsi un moment qui dépend lui-même de ω : $p_0(\omega)$. Dans le modèle de l'électron élastiquement lié :

$$\vec{p} = \frac{e^2}{m[(\omega_0^2 - \omega^2) - j\omega\beta]}\vec{E}_{\text{incident}}$$

La puissance rayonnée par le dipôle est alors elle-même reliée à la puissance transportée par l'onde incidente. Revenant alors à l'expression de la puissance, il vient :

$$<P> = \frac{e^4}{m^2[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\beta)^2]}E_0^{\,2}\,\frac{\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3} = \left(\frac{e^2}{\sqrt{6\pi}\varepsilon_0 mc^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\beta)^2]^2}\,\frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

$\frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{2}$ représente la puissance moyenne surfacique associée à l'onde incidente. Le terme de proportionnalité est donc homogène à une surface appelée **section efficace de diffusion.**

Finalement :

$$\mathbf{<P_{\text{rayonnée}}> = \sigma(\omega) <P_{\text{incidente}}> \quad \text{avec} \quad \sigma(\omega) =} \left(\frac{e^2}{\sqrt{6\pi}\varepsilon_0 mc^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\beta)^2]^2}$$

Plusieurs cas se présentent alors suivant la valeur de ω vis-à vis-de ω_0 :

- Quand $\omega \approx \omega_0$ on assiste à un phénomène de résonance : la diffusion est dite résonante. C'est ce qu'on obtient par exemple quand on excite un gaz de sodium chaud par une lumière elle-même issue d'une lampe à sodium : les atomes de sodium absorbent de façon résonante la lumière incidente (dont la pulsation est leur « pulsation propre ») et rediffusent la même lumière.

- Quand $\omega >> \omega_0$, σ(ω) tend vers une constante : c'est la diffusion Thomson , associée aux rayons X par exemple.

- Quand $\omega \ll \omega_0$ enfin, $\sigma(\omega)$ varie en ω^4, et on retrouve le cas d'un dipôle de moment constant : c'est la diffusion Rayleigh sur laquelle nous allons insister.

Elle concerne notamment les molécules de l'atmosphère diffusant le rayonnement solaire. Ces molécules ont en effet un spectre majoritairement situé dans l'UV, si bien que leurs pulsations propres ω_0 sont grandes devant les pulsations associées au spectre « visible ». Les molécules de l'atmosphère diffusent donc la lumière incidente du soleil avec, pour la puissance diffusée, une loi du type :

$$\boxed{< P > = \left(\frac{e^2}{\sqrt{6\pi\varepsilon_0}mc^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{\omega_0^4} \quad \mathbf{< P_{incidente} > = \frac{A}{\lambda^4}}}$$

La formule prend alors le nom de **formule de Rayleigh**. Elle montre que la puissance rayonnée décroît fortement avec la longueur d'onde . Ainsi dans le domaine de l'optique, le dipôle "rayonne plus dans le bleu que dans le rouge".

Ceci permet notamment d'expliquer la couleur bleue du ciel : Les ondes lumineuses issues du soleil transforment les molécules d'air en dipôles oscillants (qui absorbent donc l'énergie de ces ondes) et réémettent eux-mêmes des ondes lumineuses. Or cette diffusion est plus importante dans le bleu que dans le rouge : le ciel nous paraît bleu. La lumière directe issue du soleil, elle, s'appauvrit en bleu, et si l'épaisseur d'air traversée est suffisamment importante, paraît rouge : c'est le coucher de soleil !