T.P. COURS

RÉSEAU DE DIFFRACTION

1. INTERET D'UN DISPOSITIF INTERFERENTIEL A N ONDES

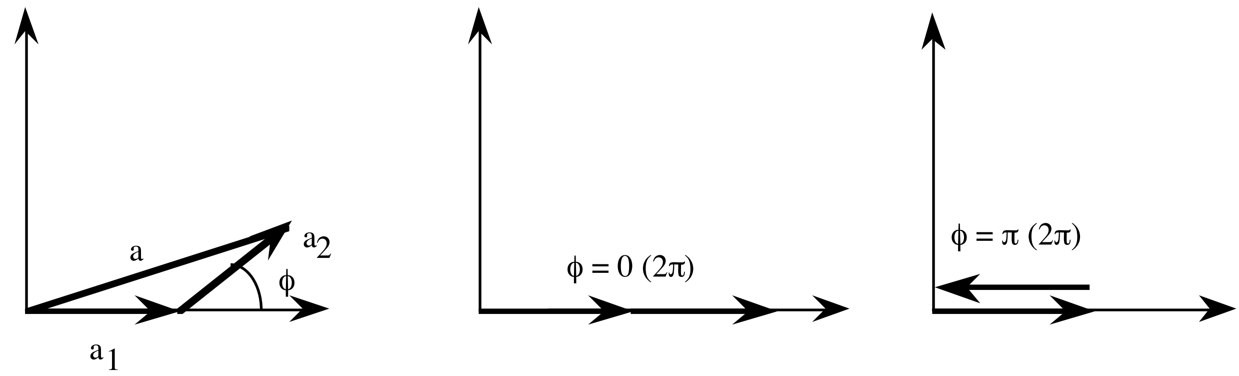
1.1. Interférences à deux ondes

Dans un phénomène d'interférences à 2 ondes de même amplitude, l'intensité observée en un point M de l'espace dépende du déphasage des 2 ondes en ce point suivant la formule :

$$I = 2I_0\,(1 + \cos\phi\,)$$

L'intensité est maximale pour $\phi = 2n\pi$, et minimale (ici nulle) pour $\phi = n\pi$. L'écart $\Delta\phi$ entre un pic d'intensité et son pied est donc égal à π

Il est possible de retrouver directement ce résultat en représentant les amplitudes des 2 ondes dans le plan complexe. Si nous notons $a_1 = a_0\, e^{j\omega t}$ la première, la seconde s'écrit $a_2 = a_0\, e^{j\omega t}e^{j\phi}$.

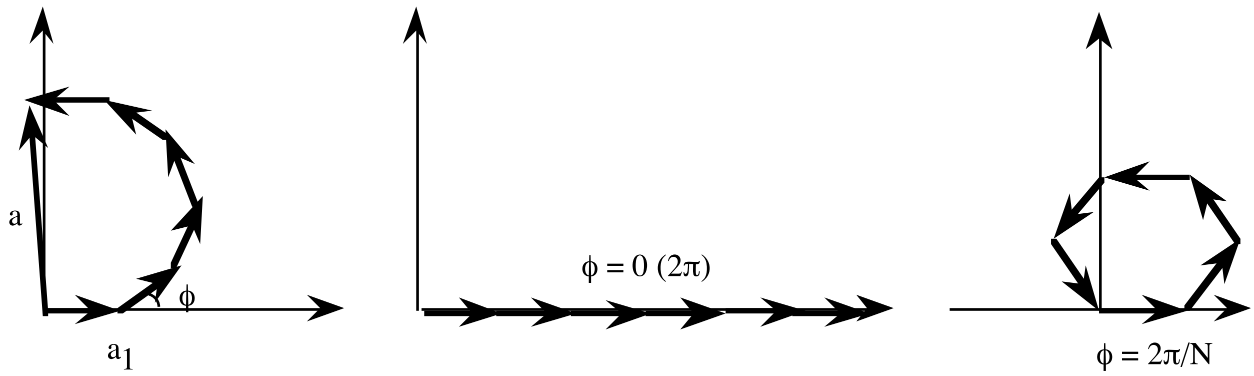


L'intensité étant proportionnelle au carré du module de l'amplitude totale, ses valeurs extrêmes sont aussi celle de ce module. La représentation complexe fait bien apparaître un maximum pour $\phi = 2n\pi$, et un minimum pour $\phi = \pi$

1.2. Interférences à N ondes

Imaginons à présent un dispositif permettant de faire interférer N ondes de **même amplitude**, de sorte que **le déphasage ϕ au point d'observation entre deux ondes successives soit le même**.

Le calcul de l'intensité est ici plus complexe. La représentation des amplitudes dans le plan complexe permet cependant d'en déterminer les valeurs extrêmes.



Il apparaît clairement qu'une fois encore l'intensité est maximale quand $\phi = 2n\pi$. En revanche, l'intensité est minimale (encore nulle) quand $\phi = \frac{2\pi}{N}$. L'écart $\Delta\phi$ entre un pic d'intensité et son pied est donc égal à $\frac{2\pi}{N}$: Ces pics sont donc beaucoup plus fins que dans le cas d'un phénomène à deux ondes, et ce d'autant plus que le nombre d'ondes interférant est important.

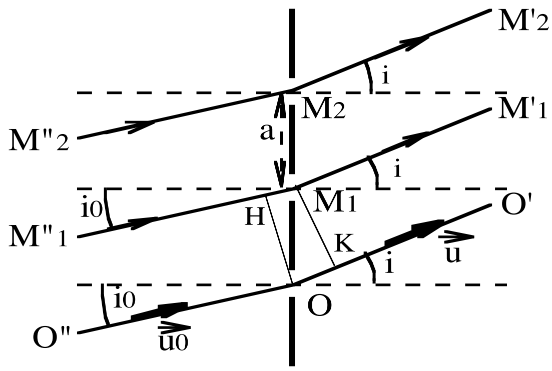
Ce résultat est très utile en spectrométrie : en effet deux pics correspondant à des longueurs d'onde différentes mais voisines seront d'autant mieux séparés (nous dirons **résolus**) qu'ils sont fins.

Nous allons étudier l'un de ces dispositifs : le réseau de diffraction.

2. PRINCIPE D'UN RESEAU PLAN

2.1. Caractéristiques

Un réseau plan peut être constitué d'un ensemble de fentes fines identiques, parallèles et équidistantes, séparées par un intervalle opaque. Ces fentes sont les **traits du réseau** ; la distance entre deux fentes voisines est la **période (ou pas) du réseau** que l'on notera a. **Le nombre total de traits éclairés (noté N) est une autre caractéristique importante du réseau.**



La lumière incidente est diffractée par les différentes fentes, ce réseau fonctionne en **transmission** , le dispositif d'observation permet d'étudier la figure d'interférence de toutes les ondes lumineuses diffractée par les différentes fentes dans une direction donnée.

La lumière incidente est parallèle, sa direction est contenue dans le plan de la figure (angle i_0).

Les fentes sont perpendiculaires au plan de la figure, leur largeur b (dans le plan de la figure) est très petite par rapport à leur longueur (dans la direction perpendiculaire à ce plan). Par conséquent la lumière diffractée par chaque fente est contenu dans le plan, les rayons diffractés dans la direction i interfèrent à l'infini. Les fentes sont numérotées à l'aide de l'entier q, de 0 à N-1.

2.2. Formule fondamentale des réseaux

Calculons la différence de marche δ entre le rayon O"OO', choisi comme référence, et le rayon $M''_1M_1M'_1$ passant par la fente voisine. $\delta = \overline{OK} - \overline{HM_1}$ (excédent de chemin optique du premier rayon sur le deuxième) $\delta = a \sin(i) - a \sin(i_0) = a(\sin i - \sin i_0)$.

δ est aussi la différence de marche entre deux rayons passant par deux fentes voisines, par conséquent la différence de marche entre le rayon de référence et celui passant par la fente numérotée q est :

$$\boldsymbol{\delta_q = q\delta = qa\ (\sin i\ - \sin\ i_0)}$$

ce qui correspond au déphasage : $\varphi_q = q\varphi = q\, 2\pi \dfrac{\delta}{\lambda_0} = q\, 2\pi \dfrac{a(\sin i - \sin i_0)}{\lambda_0}$.

D'après l'étude précédente, la direction i correspond à un maximum d'intensité si les ondes diffractées par les N fentes sont en phase, ce qui nécessite $\phi = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda_0} = 2n\pi$ (où n est un entier) soit aussi $\delta = n\lambda_0$.

$$\boxed{\boldsymbol{\sin i - \sin i_0 = n\frac{\lambda_0}{a}}}$$

Il s'agit de **maxima principaux** (il existe des maxima secondaires de très faible amplitude)

Quelle que soit la longueur d'onde, nous observerons donc un maximum d'intensité dans la direction $i = i_0$ (transmission directe), correspondant à n = 0. La direction des autres maxima dépend en revanche de la longueur d'onde.

Si la lumière incidente est polychromatique, nous observons alors plusieurs spectres (la direction i_0 mise à part) que n numérote : **n est appelé ordre du spectre.**

Il est très important de remarquer que le nombre d'ordres observables, pour une longueur d'onde donnée, est limité et dépend de l'angle d'incidence.

Ainsi, pour $\lambda_0 = 589$ nm, $i_0 = 30°$, a = µm, les ordres observables sont :

2.3. Principe d'un spectromètre à réseau

Nous désirons pouvoir éclairer le réseau sous des incidences éventuellement fortes et de même observer des spectres correspondant à des angles i importants, tout en gardant la possibilité d'utiliser des lentilles pour la formation des images.

Pour rester dans les conditions de Gauss, nous devons adopter un dispositif où les axes optiques des lentilles peuvent tourner par rapport au plan du réseau :

R représente le réseau plan, il est posé sur un cercle gradué appelé *limbe* qui permet de repérer des directions (il est gradué en degrés et minutes d'angles).

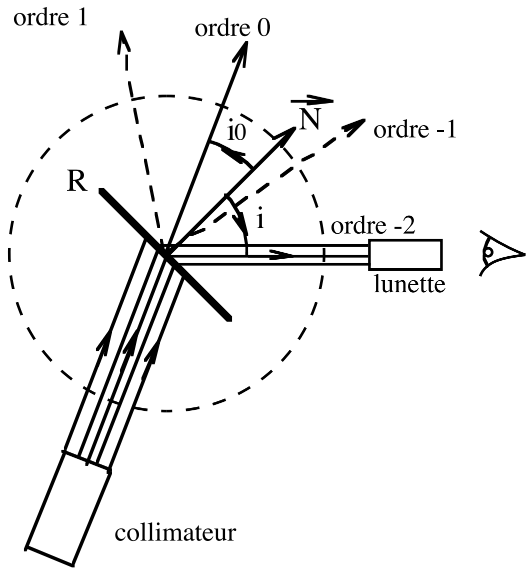
Le collimateur permet d'obtenir un faisceau de lumière parallèle.
La lunette est réglée à l'infini donc le faisceau que l'on observe est parallèle.

$\vec{N}$ repère la normale au plan du réseau, les angles sont repérés par rapport à cette normale.

Pour n = 0 le maximum de lumière correspond à $i = i_0$, c'est la direction de la lumière incidente, les ordres sont repérés par rapport à cette direction.

Les différents ordres sont répartis de part et d'autre de cette direction.

La déviation D est l'angle entre la lumière incidente (ordre 0) et la lumière diffractée que l'on observe : $D = i - i_0$



Les mesures d'angles aux différentes ordres permettent de vérifier la formule du réseau et de déterminer a.

Ce dispositif permet surtout de mesurer des longueur d'onde, comme le spectromètre à prisme.

3. PRESENTATION ET REGLAGE DU SPECTROMETRE

3.1. Description

Le spectromètre se compose d'un bâti massif sur lequel sont montés 3 accessoires:

1°/ Le COLLIMATEUR qui donne de la fente source une image à infini.

Il se compose d'un objectif (61) de 160 mm de distance focale et d'une fente dont la largeur est réglable. Le tambour de réglage principal (7) permet d'amener la fente source, dans le plan focal objet du collimateur.

2° / Le PLATEAU (ou platine) est destiné à recevoir l'objet à étudier. Il est mobile autour d'un axe vertical qui est par construction perpendiculaire à l'axe optique du collimateur. Une vis permet de bloquer sa rotation, et une deuxième vis permet alors une rotation micrométrique. Trois vis (4) disposées en triangle équilatéral autour du plateau permettent le réglage de l'horizontalité de celui-ci.

3°/ La LUNETTE qui est mobile autour du même axe vertical que le plateau. Une vis permet le blocage de la rotation, et une deuxième vis permet alors une rotation micrométrique.

La rotation de la lunette est repérée sur un disque gradué (ou limbe) (5) de 200 mm de diamètre.Un vernier permet une mesure à la minute d'arc près.

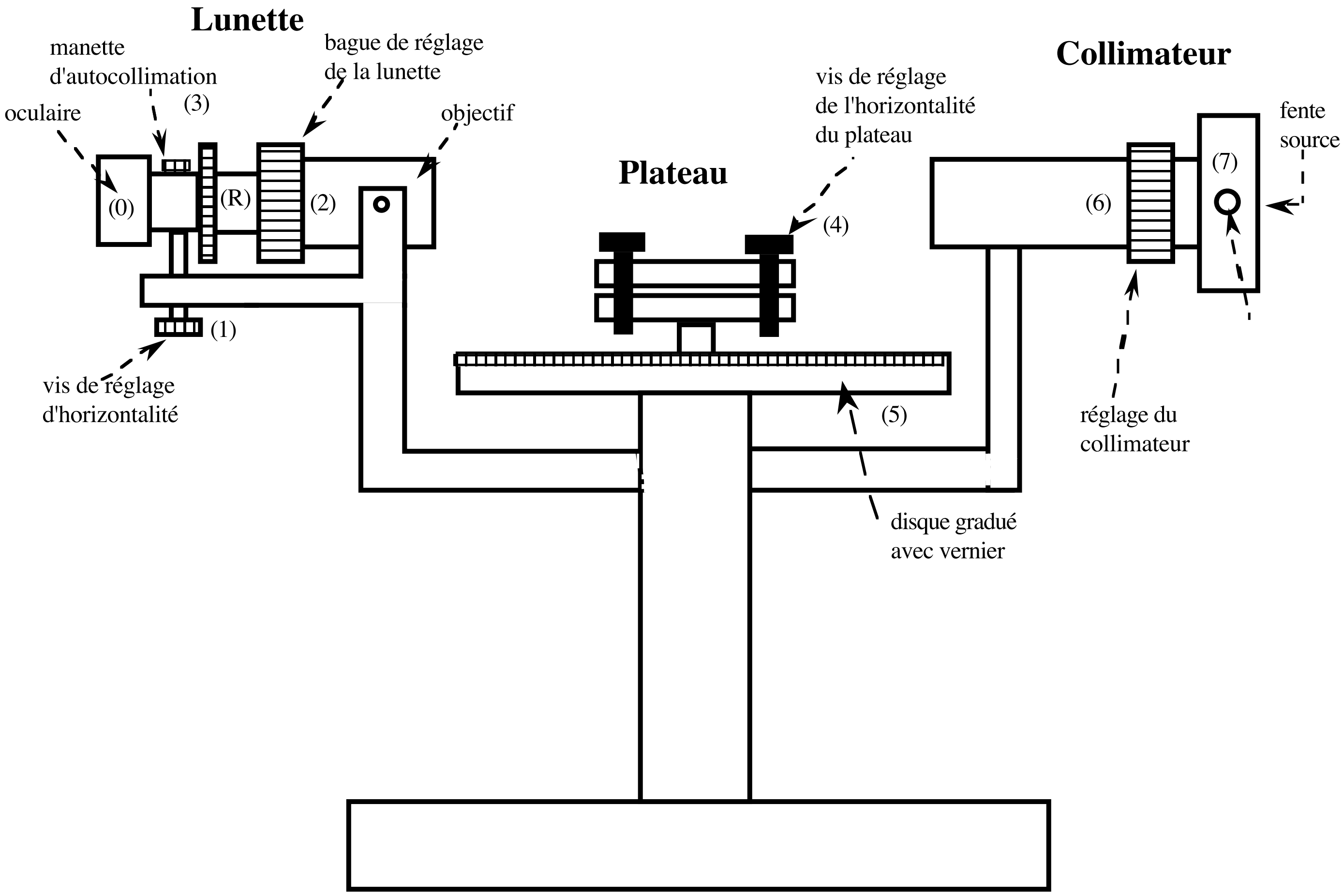
La lunette comprend elle-même quatre parties:

- un objectif de distance focale 130 mm

- un réticule comprenant un fil horizontal et un fil vertical. Le plan du réticule (R) correspond à la bague moletée brillante. Le tambour de réglage (2) permet d'amener le réticule dans le plan focal objet de l'objectif.

- Le dispositif d'autocollimation avec une source de lumière disposée latéralement et une lame semi-réfléchissante dont l'orientation est commandée par une petite manette (3). Lorsque la manette est poussée vers la gauche, la lame est à 45° et le réticule est éclairé en vue de l'auto-collimation. Lorsque la manette est poussée vers la droite, on obtient simplement un éclairage diffus.

- L'oculaire (0) permet simplement l'observation visuelle du plan du réticule. Chacun pourra le régler à sa vue, et le réglage pourra être retouché en cours de manipulation.



N.B. Contrairement à l'axe optique du collimateur, celui de la lunette n'est pas réglé par construction perpendiculaire à l'axe de rotation du plateau. Le réglage s'effectue à l'aide d'une vis (1) située sous la lunette.

Le réglage du spectromètre est très important, iI importe de comprendre et respecter l'ordre logique des opérations.

Rappelons la précaution élémentaire dans tout T.P. d'optique:

NE PAS METTRE SES DOIGTS SUR LES SURFACES OPTIQUES.

3.2. Réglages optiques

3.2.1. Réglage de l'oculaire

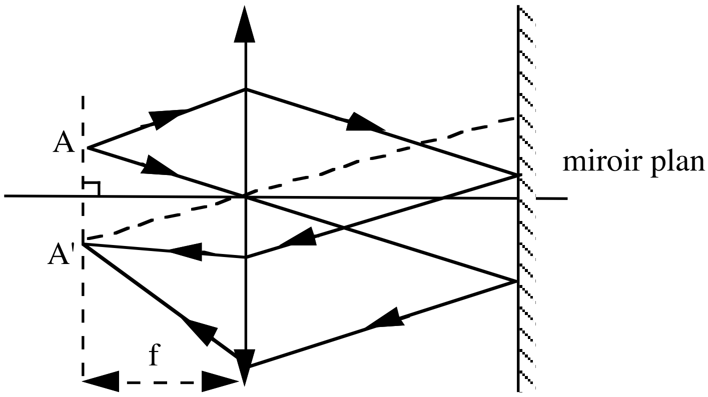
Régler l'oculaire (0) à sa vue, de façon à voir nettement le réticule. Les élèves portant des verres correcteurs ont le choix entre les garder ou les ôter. Ce réglage peut être modifié à tout instant.

3.2.2. Réglage de la lunette sur l'infini par autocollimation.

***But** : amener le réticule dans le plan focal image de l'objectif de la lunette .*

***Rq.** la lunette devient alors un **viseur dioptrique** permettant des mesures angulaires; une lunette réglée à une distance finie mais fixe s'appelle un **viseur à frontal fixe** permettant des pointés longitudinaux.*

***Rappel du principe de l'autocollimation** :*



La condition nécessaire et suffisante pour que A et son image A' dans le système catadioptrique (lentille + miroir plan) soient dans un même plan de front est que A soit dans le plan focal objet de la lentille.

Mode opératoire:

*Le réseau étant posé sur le plateau du goniomètre, viser la face **non gravée** faisant office de miroir plan. Pousser vers la gauche la manette d'autocollimation (3).*

- préréglage: agir sur le tambour de réglage de la lunette (2) de façon à voir nets simultanément le réticule et son image par autocollimation.

- réglage définitif: déplacer l'œil de haut en bas ou de gauche à droite devant l'œilleton de l'oculaire. Le réglage est parfait lorsque le réticule et son image par autocollimation ne bougent plus l'un par rapport à l'autre. La lunette est alors réglée sur l'infini.

Ne plus modifier ce réglage par la suite.

3.2.3. Réglage du collimateur

***But**: amener la fente source dans le plan focal objet du collimateur.*

Mode opératoire:

Pousser vers la droite la manette d'autocollimation (3). Placer une source de lumière devant la fente, et régler celle-ci au maximum de finesse.

-préréglage: viser la fente source, et agir sur le tambour de réglag) du collimateur de façon à voir nets simultanément le réticule et l'image de la fente source.

- réglage définitif: déplacer l'oeil de gauche à droite devant l'œilleton de l'oculaire. Le réglage est parfait lorsque le réticule et l'image de la fente source ne bougent plus l'un par rapport à l'autre. Ne plus jamais toucher à ce réglage.

3.3. Réglage relatif du réseau et de l'axe de la lunette

But:

Amener l'axe optique de la lunette perpendiculairement à l'axe de rotation du plateau. Pour le réglage on utilise la vis située sous la lunette et la vis du plateau (4) face à la lame portant le réseau.

Avant de commencer mettre la vis du plateau (4) à mi-course (cale d'épaisseur) et vérifier que les deux autres vis sont également enfoncées.

Commencer par centrer l'image de la fente source sur le reticule en agissant sur la vis située sous la lunette. Utiliser ensuite l'autocollimation et amener le fil horizontal de l'image du réticule en coïncidence avec celui du réticule lui-même, en agissant sur la vis (4).

Remarque. On n'oubliera pas de pousser vers l'avant la manette d'autocollimation (3).

Vérifier enfin que les différents ordres observés dans la lunette par rotation de celle-ci restent centrés dans le lunette.

4. QUALITES D'UN RESEAU

4.1. Pouvoir dispersif

La sensibilité du dispositif est caractérisée par le **pouvoir de dispersion** $\frac{\partial i}{\partial \lambda_0}$ donné par différenciation de la formule des réseaux à i_0 et n constants :

$$\boxed{\frac{\partial i}{\partial \lambda_0} = \frac{n}{a \cos i}}$$

Nous observons que plus n est grand, plus i augmente en valeur absolue donc plus cosi diminue, par conséquent **le pouvoir de dispersion augmente quand l'ordre augmente**. Cependant on sait que le nombre d'ordres observables est limité et, de plus, un ordre théoriquement observable ne sera pas toujours vu car on constate expérimentalement que l'intensité des raies décroît fortement quand l'ordre augmente.

Le pouvoir dispersif est en outre d'autant plus grand que le pas du réseau est faible, ou encore que son nombre de traits par unité de longueur est élevé...

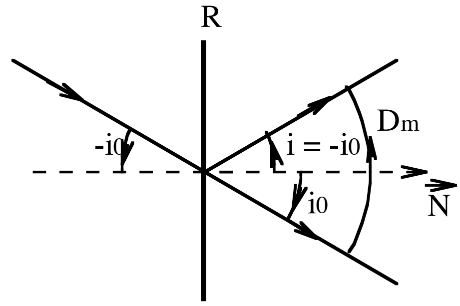
Notons enfin que la dispersion du réseau est en général plus grande que celle du prisme (le doublet du sodium par exemple est mieux résolu avec le réseau qu'avec le prisme).

4.2. Pouvoir de résolution

Il s'agit de déterminer la plus petite différence de longueur d'onde qu'un spectromètre à réseau permet de mesurer en utilisant le critère de Rayleigh qui précise que deux maxima sont séparés si leur distance est supérieure à la moitié de leur largeur.

<u>Plaçons nous à un ordre donné n:</u>

- pour la longueur d'onde λ le maximum correspond à i tel que : $\sin i - \sin i_0 = n\dfrac{\lambda_0}{a}$
- pour la longueur d'onde $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ le maximum i' est tel que : $\sin i' - \sin i_0 = n\dfrac{\lambda_0 + \delta\lambda}{a}$



En supposant la différence $\delta i_\lambda = (i' - i)$ petite (ce qui sera effectivement le cas si $\delta\lambda \ll \lambda$) il vient, par différenciation et passage aux accroissements finis : :

$$\cos i \ \delta i_\lambda = \frac{n\delta\lambda}{a} \quad \Rightarrow \quad \delta i_\lambda = \frac{n\delta\lambda}{a \cos i}$$

En outre la demi-largeur δi_n du pic d'ordre n est calculable à partir du $\delta\phi$ correspondant qui vaut $\dfrac{2\pi}{N}$, soit un $\delta(\delta) = \dfrac{\lambda_0}{N}$. Toujours par différenciation, il vient :

$$\delta(\delta) = a \cos i \ \delta i_n = \frac{\lambda_0}{N} \quad \Rightarrow \quad \delta i_n = \frac{\lambda_0}{Na \cos i}$$

Le critère de Rayleigh s'énonce alors $\delta i_\lambda \geq \delta i_n$ ou $n\delta\lambda \geq \dfrac{\lambda_0}{N}$ ce que l'on écrit habituellement

$$\boxed{\frac{\lambda_0}{\delta\lambda} \leq nN}$$

Le produit nN est appelé pouvoir de résolution du réseau dans l'ordre n

Pour augmenter la résolution on peut augmenter N, nombre de traits éclairés, et/ou faire l'observation à un ordre plus élevé. Cependant on est limité, dans les dispositifs simples, par la perte de luminosité des raies lorsque l'ordre augmente ; c'est pourquoi on a imaginé des dispositifs, tels que le réseau à échelette, qui permettent de concentrer la lumière dans un ordre élevé.

<u>exemple :</u> pour un réseau à 500 traits par mm, éclairé sur une largeur de 5 cm et utilisé au deuxième ordre : N = 50*500 = 25 000 et nN = 50 000. Pour une longueur d'onde moyenne dans le visible $\lambda = 500$ nm on obtient $\delta\lambda \geq \dfrac{\lambda_0}{nN} = 0{,}01$ nm ce qui est déjà tout à fait remarquable! (le doublet jaune du sodium correspond à une différence de longueur d'onde égale à 0,6 nm, il est donc très bien résolu)

4.3. Minimum de déviation

Comme dans le cas du prisme on fait les mesures au minimum de déviation : $D = i - i_0$ donc $\frac{dD}{di_0} = \frac{di}{di_0} - 1$, il y a un extremum de D pour $di = di_0$ (il est possible de démontrer qu'il s'agit d'un minimum, ce qui est confirmé expérimentalement).

En différenciant la relation du réseau (à n, a, λ_0 constants) il vient : $\cos i \; di = \cos i_0 \; di_0$ soit , avec $di = di_0$, la relation entre i et i_0 au minimum de déviation : $\cos i = \cos i_0$

D'où $i = - i_0$ (la solution triviale $i = + i_0$ non déviée ne donne aucune dispersion). Le minimum de déviation intéressant est donc $D_m = 2\,i = - 2\,i_0$, la formule du réseau devient donc :

$$\sin\frac{D_m}{2} = - \sin\frac{D_m}{2} + \frac{n\lambda_0}{a}$$

$$\boxed{\sin\frac{D_m}{2} = \frac{n\lambda_0}{2a}}$$

Cette relation permet de faire des **mesures absolues de longueur d'onde** si on connaît la caractéristique a du réseau ; une courbe d'étalonnage du réseau permet des mesures relatives, la précision peut alors dépasser 10^{-5}.

5. *MESURES EN SPECTROMETRIE*

*On utilise une lampe à vapeur de sodium, qui émet essentiellement les longueurs d'onde : **589,0 nm** et **589,6 nm**. On utilisera la plus grande de ces longueurs d'onde qui correspond à la raie la plus déviée.*

Toutes les mesures sont effectuées en fermant au maximum la fente du collimateur, pour faire un pointé précis. (ouvrir au contraire largement la fente pendant la recherche d'un spectre)

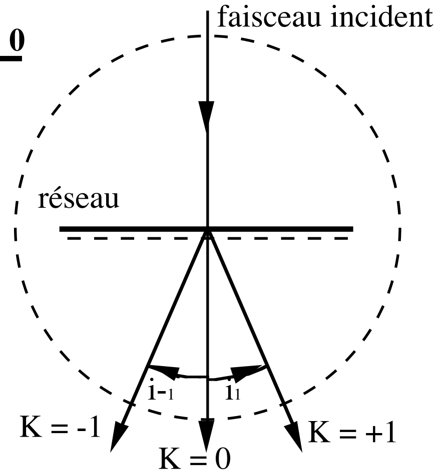
On donnera les résultats avec 4 chiffres significatifs.

5.1. Mesure du pas du réseau

5.1.1. Utilisation en incidence normale

$i_0 = 0$

Fig.1



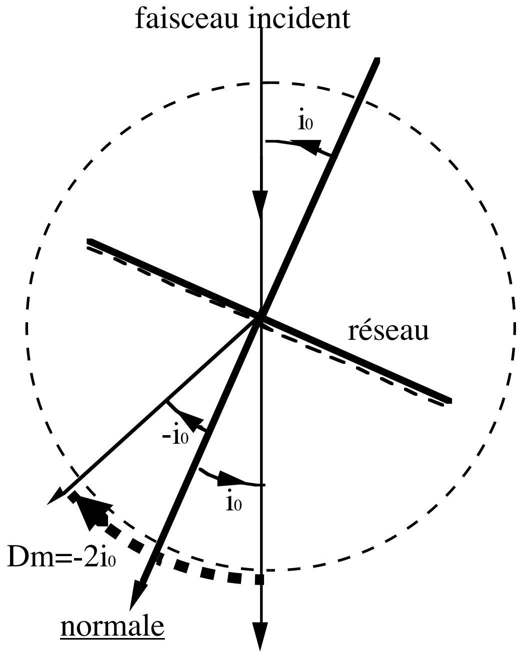
Viser l'ordre 0 (déviation nulle n = 0). Noter la position correspondante de la lunette qui, dans la suite, sera l'origine des angles. Fermer la fente. Ensuite, sans déplacer la lunette, et en utilisant l'auto-collimation, faire tourner la plate-forme jusqu'à ce que le fil vertical du réticule coïncide avec son image sur la face gravée du réseau. On a alors $i_0 = 0$.

Mesurer i pour n = +1, +2, -1, -2 et tracer la courbe $\sin i = f(n)$

En déduire le pas du réseau et le nombre de traits par mm

5.1.2. Utilisation au minimum de déviation

Fig. 3



faisceau diffracté
symétrique du
faisceau incident
par rapport au plan
du réseau

C'est, en principe, la méthode la plus précise.

Pour un ordre donné : $i = -i_0$

En pratique on mesure $2|Dm| = 4\ i_0$ en visant le minimum de déviation d'un côté puis de l'autre du faisceau incident (ce qui correspond aux ordres n et -n).

En appliquant $\sin\frac{D_m}{2} = \frac{n\lambda_0}{2a}$, tracer la courbe $\sin\frac{D_m}{2} = f(n)$ et en déduire à nouveau a

5.2. Détermination d'une longueur d'onde

Déterminer la longueur d'onde d'une raie « inconnue : la raie verte du Cadmium».
On estimera $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ =....% et on écrira les résultats sous la forme λ = (" " ± " ") nm.

5.3. Observation d'un spectre par réflexion

- *définir les angles d'incidence i_0 et de diffraction i algébriquement*
- *établir l'expression de la différence de marche entre deux rayons diffractés voisins*
- *trouver la relation donnant les angles i pour les maxima principaux*
- *observer le spectre par réflexion.*