

MULTIVIBRATEUR ASTABLE

1. COMPAREURS A HYSTERESIS

1.1. Instabilité d'un montage amplificateur « inversé »

Dans le modèle idéal, un A.O. possède un gain μ indépendant de la fréquence et considéré comme infini. En réalité l'A.O. réel peut être modélisé par un filtre passe-bas du premier ordre dont le gain est de la forme :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau}$$

où μ_0 est le gain statique (de l'ordre de 10^5)

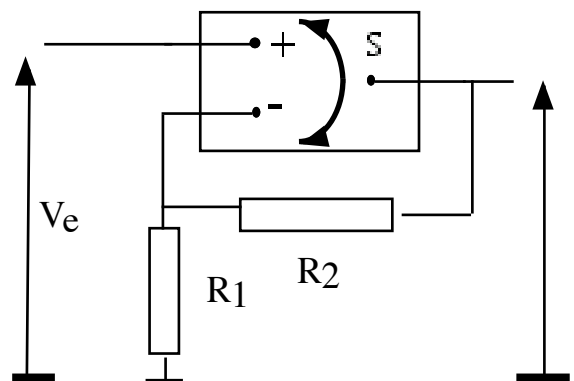
Il est très important de comprendre qu'à ce modèle fréquentiel correspond un modèle "système du 1er ordre" en régime quelconque, où V_s , tension de sortie de l'A.O., est solution de l'équation différentielle :

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + V_s = \mu \varepsilon$$

où $\varepsilon = V_+ - V_-$. La signification physique de ce modèle est la suivante : au contraire d'un A.O. idéal, un A.O. réel ne peut suivre **instantanément**, en l'amplifiant, une tension d'entrée variable : il a un **temps de réponse** τ .

Ce modèle de l'A.O. permet déjà d'entrevoir le comportement stable ou non stable d'un montage. En effet, le problème rencontré est celui d'une éventuelle fluctuation de la grandeur d'entrée qui pourrait entraîner une dérive correspondante de la tension de sortie qui l'amène en saturation. Or, à partir du modèle de l'A.O. qu'on vient de proposer, on peut arriver à une équation différentielle liant V_s et V . A la solution particulière de l'équation en régime sinusoïdal (solution "permanente" d'un régime linéaire puisqu'on a alors écrit $V_s = \mu(j\omega) \varepsilon$), se superpose la solution de l'équation homogène qui, elle, peut diverger, c'est à dire entraîner une augmentation ou diminution au cours du temps de V_s (par l'existence d'exponentielles réelles positives), amenant finalement cette tension de sortie en saturation; Dans ce cas, le montage est dit non stable, l'A.O. fonctionnant nécessairement en régime saturé.

Pour bien comprendre cette notion essentielle, reprenons le montage classique de l'ampli non inverseur et observons son comportement temporel en tenant compte du gain réel de l'A.O.



L'équation différentielle obtenue est :

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + V_s = \mu_0 \varepsilon = \mu_0 (V_+ - V_-) = \mu_0 \left(V_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \right)$$

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + \left[1 + \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] V_s = \mu_0 V_e$$

Soit, en tenant compte de la valeur numérique élevée de μ_0

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s = \mu_0 V_e$$

Les deux coefficients du premier membre étant positifs, la solution homogène tend toujours vers 0 : le système est stable. Si on inverse les entrées + et - de l'A.O., l'équation devient

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + \left[1 - \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] V_s = - \mu_0 V_e$$

peu différente de :

$$\tau \frac{dV_s}{dt} - \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s = \mu_0 V_e$$

Les deux équations ont même solution particulière ce qui pourrait faire penser que les deux montages correspondent à un ampli non inverseur. Cependant, dans le deuxième cas, le coefficient de V_s est négatif : la solution homogène est exponentielle croissante : le système est en fait instable !! Il faut réétudier son fonctionnement à partir de l'hypothèse d'une saturation de la tension de sortie...

1.2. Les deux comparateurs à hystérésis

Dans ces montages, l'A.O. fonctionne en régime saturé. Par hypothèse $V_s = \pm V_{sat}$. Le fonctionnement en saturation « haute » ($V_s = V_{sat}$) ou « basse » ($V_s = -V_{sat}$) dépendra en fait du signe de ε , lui-même dépendant de la tension d'entrée V_e .

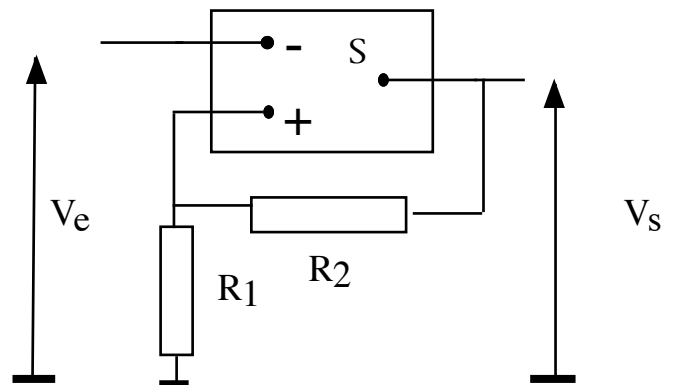
1.2.1. Comparateur inverseur

Il tire son nom du fait que la tension V_e est connectée à l'entrée inverseuse.

On a toujours $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$
(diviseur de tension)

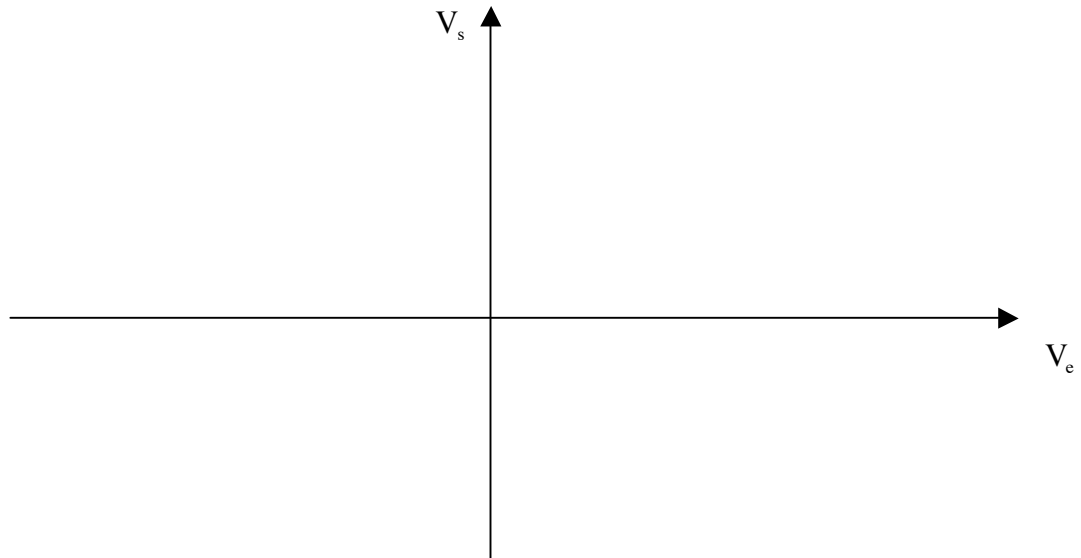
Donc $V_e = V_{sat}$ si $\varepsilon = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} - V_e > 0$

Soit $V_e < \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$



Inversement, $V_e = -V_{sat}$ si $\epsilon = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{sat} - V_e < 0$ soit $V_e > -\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{sat}$

Ce fonctionnement est résumé dans le diagramme suivant où on a posé $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$:



Apparaît alors un phénomène d’hystérésis où V_s peut prendre deux valeurs différentes pour une même valeur de V_e quand celle-ci est comprise entre $-\beta V_{sat}$ et $+\beta V_{sat}$.

Le sens de parcours du cycle d’hystérésis et du passage d’une saturation à l’autre est imposé et figure sur le cycle...

On note enfin l’inversion de signe entre V_e et V_s .

1.2.2. Comparateur non inverseur

V_e est ici connectée à l’entrée non inverseuse.

On a toujours $V_+ = \frac{V_e R_2 + V_s R_1}{R_1 + R_2}$

(Millman) et $V_- = 0$

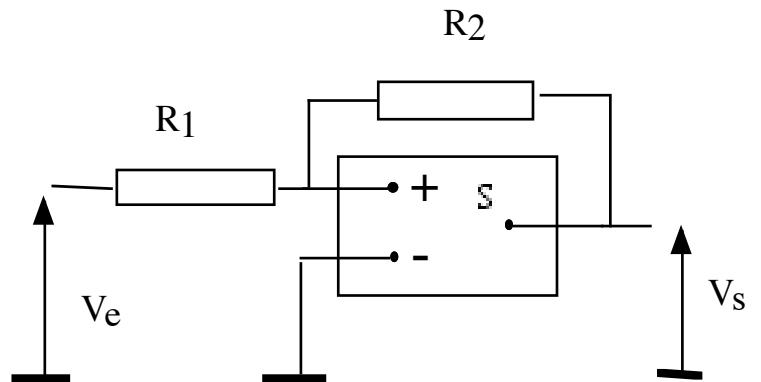
Donc $V_e = V_{sat}$ si $\epsilon = \frac{V_e R_2 + V_{sat} R_1}{R_1 + R_2} > 0$

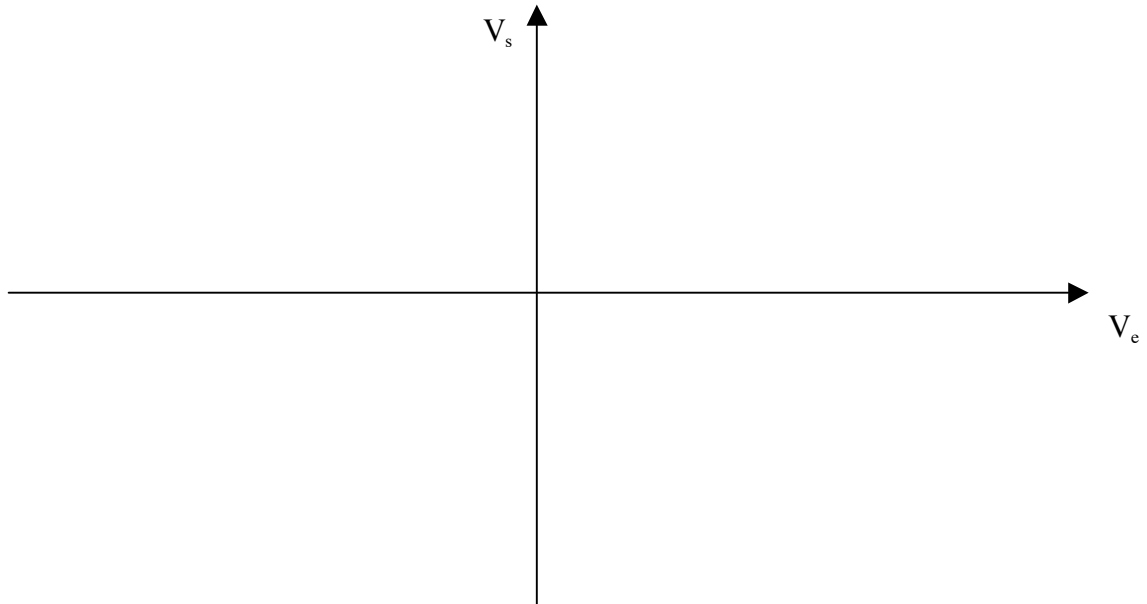
Soit $V_e < -\frac{R_1}{R_2}V_{sat}$

De même $V_e = -V_{sat}$ si $\epsilon = \frac{V_e R_2 - V_{sat} R_1}{R_1 + R_2} < 0$, soit $V_e > \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$

Le fonctionnement est encore résumé dans le diagramme ci-dessous où on a posé $\beta = \frac{R_1}{R_2}$.

On retrouve le phénomène d’hystérésis, le sens de parcours imposé du cycle et la « non inversion » entre V_e et V_s ...





1.2.3. Etude expérimentale

Réaliser le comparateur à hystérésis avec $R_1 = R_2 = 10k\Omega$. Injecter un signal d'entrée triangulaire d'amplitude suffisante, et observer le cycle d'hystérésis à l'oscilloscope. Enregistrer le cycle sur synchronie et en déduire la valeur expérimentale de β .

2. OSCILLATIONS DE RELAXATION

2.1. Principe de fonctionnement d'un montage astable

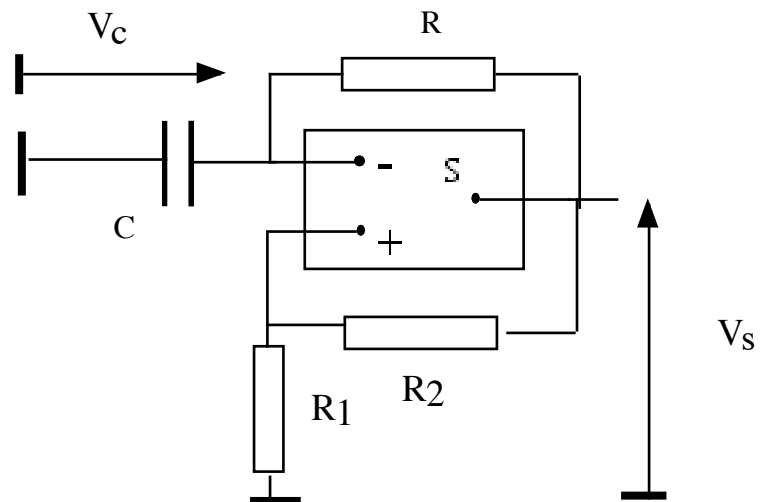
2.1.1. Description du montage

Sur le montage ci-contre, on a à la fois « bouclage » de l'A.O. sur l'entrée inverseuse et l'entrée non inverseuse.

On note également l'absence de tout générateur.

Etudions le comportement temporel de ce montage en cherchant l'équation différentielle à laquelle obéit la tension V_c aux bornes du condensateur.

Nous allons tout d'abord faire l'hypothèse d'un comportement linéaire de l'A.O. supposé idéal et montrer que ce type de régime conduit nécessairement à une saturation de l'A.O.



2.1.2. Tension aux bornes du condensateur

On peut toujours écrire : $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$ et $V_- = V_c$. En outre :

$$V_s = V_c + Ri \text{ et } i = C \frac{dV_c}{dt}. \text{ D'où : } (1 + \frac{R_2}{R_1})V_c = V_c + RC \frac{dV_c}{dt} \text{ ou encore :}$$

$$+ RC \frac{dV_c}{dt} - \frac{R_2}{R_1} V_c = 0$$

Cette équation fait apparaître une croissance exponentielle positive de V_c , donc de V_s vers la saturation : l'A.O. ne fonctionne pas en régime linéaire ...

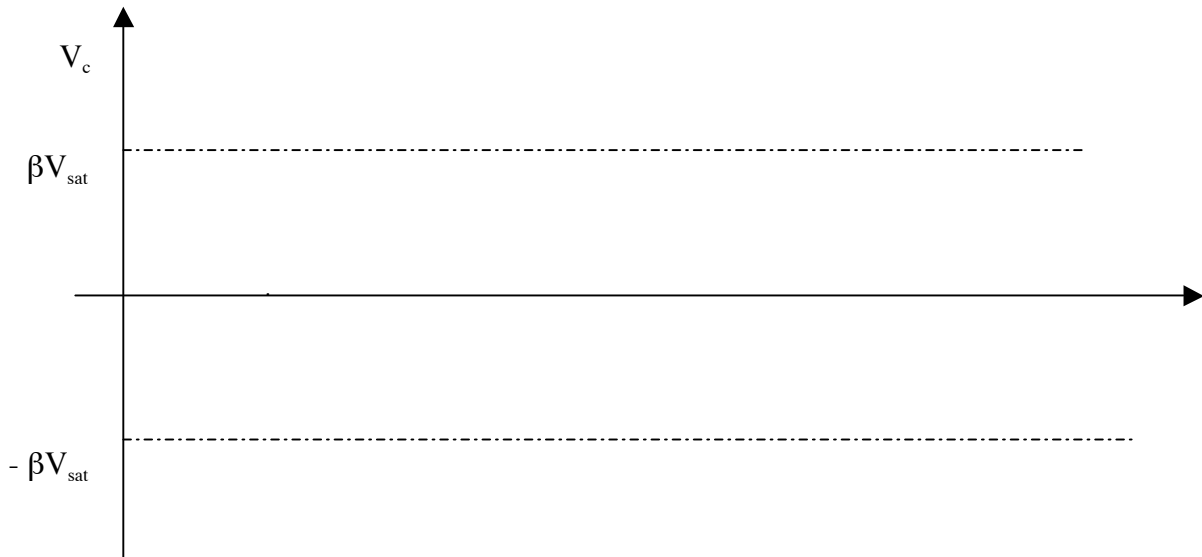
Repartons alors de l'hypothèse $V_s = + V_{sat}$. Celle-ci est compatible avec un état initial déchargé du condensateur :

$$\text{A } t = 0, V_- = V_c = 0, V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} \text{ et } \varepsilon > 0.$$

Le condensateur va alors se charger par l'intermédiaire de R sous la tension constante V_{sat} . Avant qu'il n'atteigne la valeur asymptotique V_{sat} , ε s'annule pour $V_c = \beta V_{sat}$: l'A.O. bascule alors à $- V_{sat}$ et le condensateur se décharge. Sa tension rediminue et l'A.O. bascule à nouveau lorsqu'elle vaut $-\beta V_{sat}$ (puisque , l'A.O. ayant basculé $V_+ = -\beta V_{sat}$...).

Les courbes d'évolution de V_c vont donc être des exponentielles croissantes et décroissantes de même constante de temps $\tau = RC$, entre les valeurs extrêmes βV_{sat} et $-\beta V_{sat}$.

La courbe est périodique, de période $T = 2 t_0$, où t_0 est par exemple le temps de croissance de V_c de $-\beta V_{sat}$ à $+\beta V_{sat}$.



Dans cette phase, la tension V_c est de la forme $V_c = V_{sat} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$

D'où

$$-\beta V_{sat} = V_{sat} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\beta V_{sat} = V_{sat} + A e^{-\frac{t+t_0}{\tau}}$$

Soit

$$-(1 + \beta) V_{sat} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$-(1 - \beta) V_{sat} = A e^{-\frac{t+t_0}{\tau}}$$

Finalement $t_0 = \tau \operatorname{Ln} \frac{1+\beta}{1-\beta}$

Et

$$T = 2 \tau \operatorname{Ln} \frac{1+\beta}{1-\beta}$$

2.2. Etude expérimentale

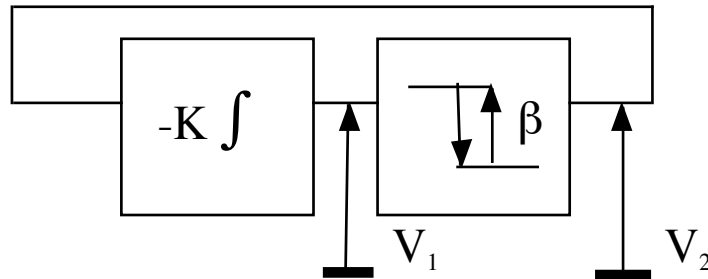
Réaliser le montage avec $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 100\text{nF}$ et $\beta \approx 1/3$. Enregistrer la tension V_c sur le logiciel Synchronie et en faire l'analyse de Fourier. Commenter ...

3. MULTIVIBRATEUR ASTABLE

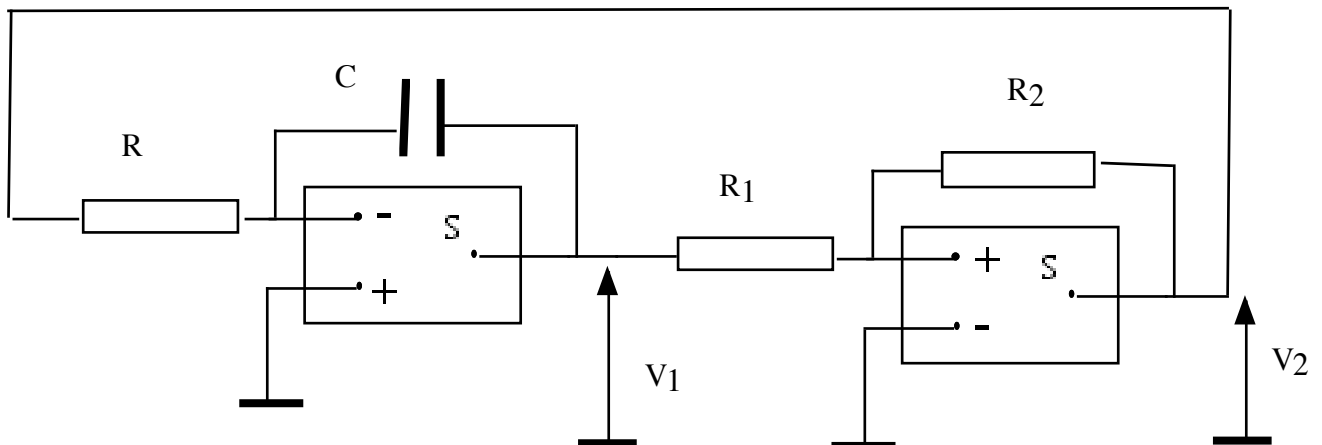
3.1. Principe de fonctionnement du montage

3.1.1. Description du montage

Là encore aucun générateur extérieur au système (mise à part l'alimentation des A.O. !). Le schéma de principe consiste toujours à commander l'entrée du système par sa sortie :



En pratique le montage est le suivant :



3.1.2. Etude des tensions V_1 et V_2

Repartons alors de l'hypothèse $V_2 = + V_{sat}$. Celle-ci est compatible avec un état initial déchargé du condensateur :

A $t = 0$, on a en effet $V_1 = V_c = 0$, d'où $V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$ et $\epsilon > 0$.

La tension V_1 va alors intégrer la tension constante V_{sat} suivant la loi :

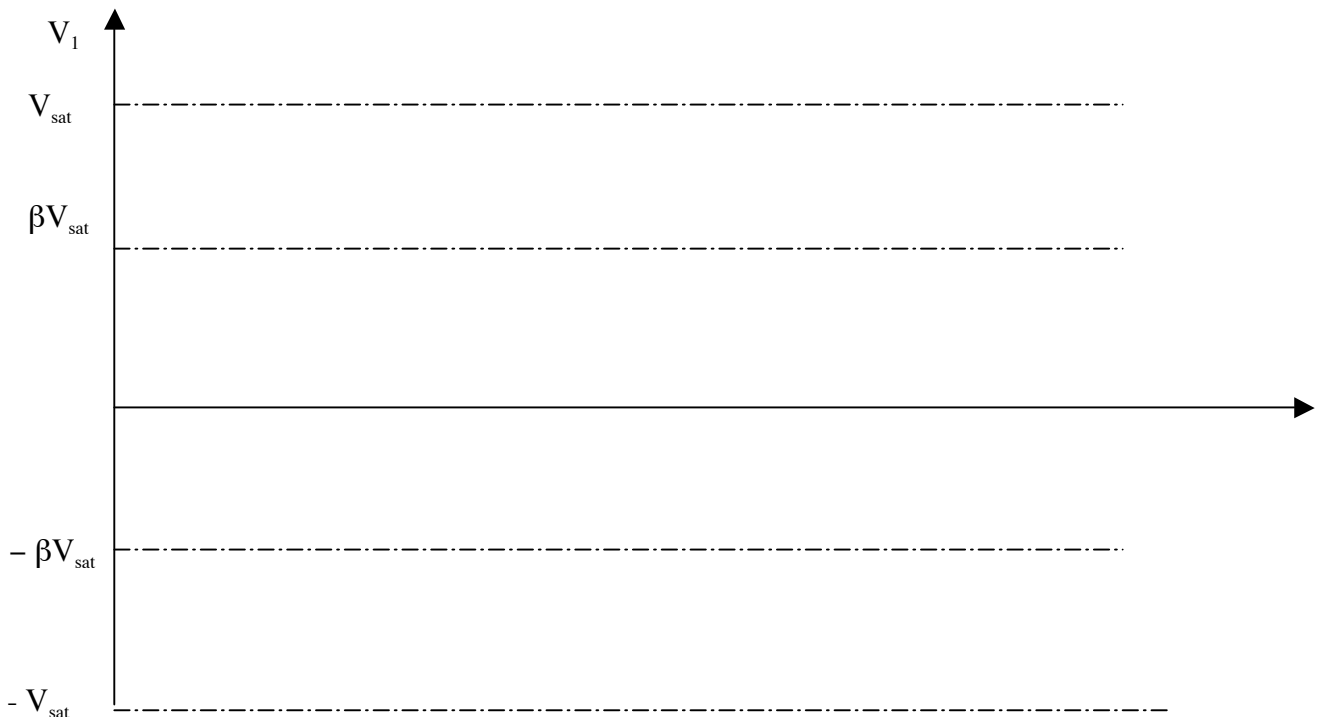
$$V_1 = - \frac{1}{RC} \int V_{sat} dt = - \frac{1}{RC} V_{sat} t$$

Ce régime dure tant que $\epsilon = \frac{V_1 R_2 + V_{sat} R_1}{R_1 + R_2} > 0$

Soit $- \frac{1}{RC} V_{sat} t > - \frac{R_1}{R_2} V_{sat} \Rightarrow t < t_0 = \beta RC$ avec $\beta = \frac{R_1}{R_2}$

A cette date $V_1 = - \beta RC$ et l'A.O. bascule. V_1 suit alors une loi du type $V_1 = \frac{1}{RC} V_{sat} t + cste$, où la constante est déterminée par continuité de V_1 , tension aux bornes de C. Cette croissance linéaire dure elle-même tant que $\epsilon = \frac{V_1 R_2 - V_{sat} R_1}{R_1 + R_2} < 0$ soit $V_1 < \beta V_{sat}$

On assiste donc à nouveau à un régime périodique, où V_2 est une fonction créneau et V_1 une fonction triangulaire (d'où le nom de multivibrateur) de même période.

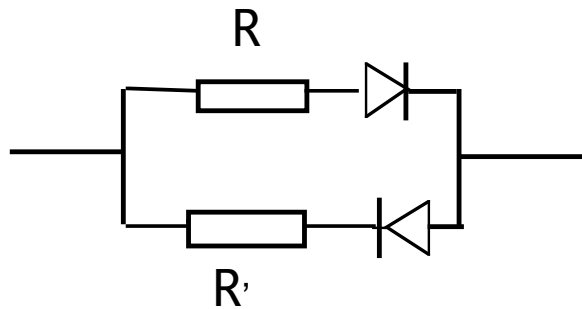


La période est clairement

$$T = 4t_0 = 4\beta RC$$

3.1.3. Modification du rapport cyclique

On veut déssymétriser le signal V_s . Pour ce faire, on remplace la résistance R de l'intégrateur par le système :



Quand $V_2 = V_{sat}$, V_1 est alors décroissante et la résistance à prendre en compte est R .
 Quand $V_2 = -V_{sat}$, V_1 est alors croissante et la résistance à prendre en compte est R'

Le temps de décroissance est $t_1 = 2\beta RC$ et le temps de croissance $t_2 = 2\beta R'C$. La période est :

$$T = 2\beta(R + R')C$$

On définit alors le rapport cyclique α de sorte que V_2 est positive du temps $t = 0$ à αT et décroît de αT à T (pour un signal symétrique $\alpha = 0,5$).

D'où
$$\alpha = \frac{R}{R + R'}$$

3.2. Etude expérimentale

Réaliser le montage avec $R = 10\text{ k}\Omega$, $C = 100\text{ nF}$ et $\beta \approx 1/3$. Enregistrer les tensions V_1 et V_2 sur le logiciel Synchronie et en faire l'analyse de Fourier. Commenter ...

On désire garder la même période mais avoir des signaux de rapport cyclique 0,1. Choisir R et R' en conséquence, et observer et analyser à nouveau les signaux V_1 et V_2 ...