

Climatisation d'une salle

(La partie D peut être traitée indépendamment de la partie C)

On désire refroidir une salle. On utilise à cet effet une machine frigorifique qui échange de l'énergie thermique exclusivement avec la salle, qui joue le rôle de source froide, et avec un réservoir contenant de l'eau, qui sert de source chaude. Le fluide contenu dans la machine n'échange de l'énergie thermique qu'avec ces deux sources, alternativement.

On note T_1 la température de la salle et T_2 celle du réservoir ;

A. On suppose dans un premier temps que le réservoir et la salle restent à température constante, le réservoir à $T_2 = T_0 = 305$ K, et la salle à $T_1 = 293$ K. On s'intéresse au transfert thermique Q_1 que l'on peut extraire de la salle, la puissance fournie à la machine étant P .

1°) Le fonctionnement est supposé réversible, exprimer l'efficacité η de la machine en fonction des températures. Faire le calcul numérique.

2°) Des mesures de transfert thermique ont donné des résultats en contradiction avec l'hypothèse précédente de réversibilité. On a ainsi pu établir la relation : $\frac{Q_2}{Q_1} = -k \frac{T_2}{T_1}$ où k est une constante positive.

- a) Calculer l'efficacité η' de la machine en fonction des températures et de k .
- b) Calculer la création d'entropie S_C pour le système machine + sources en fonction de Q_1 , T_1 et k .
Que doit vérifier k ? Comparer alors η' à η . A.N. $k=2$

B. La salle peut maintenant voir sa température varier, et sa capacité thermique vaut $C = 4.10^6$ J.K⁻¹. Le réservoir (supposé parfait) et la salle n'échangent d'énergie thermique qu'avec la machine. Initialement le réservoir et la salle ont la même température $T_0 = 305$ K. La machine ramène la température du local à $T_F = 293$ K en 1 heure dans un fonctionnement réversible. Quelle puissance électrique P a dû recevoir la machine ?

C. La salle et le réservoir peuvent maintenant voir leur température varier, et leurs capacités thermiques valent $C = 4.10^6$ J.K⁻¹. Le fonctionnement est réversible et la puissance fournie à la machine est P supposée constante. Initialement le réservoir et la salle ont la même température $T_0 = 305$ K. On étudie l'évolution de ces températures en fonction du temps t , et pour cela on utilise les variables réduites :

$$x_1 = \frac{T_1}{T_0} \quad , \quad x_2 = \frac{T_2}{T_0}$$

On définit la variable : $y = \frac{P}{C T_0} t$.

On donne $P = 120$ W .

1°) Démontrer les relations $x_1 x_2 = 1$ et $y = x_1 + \frac{1}{x_1} - 2$

2°) Donner l'allure de la fonction $y(x_1)$. Montrer que la courbe permet d'obtenir les valeurs de x_1 et x_2 à t donné.

3°) On arrête la machine lorsque $T_1 = 293 \text{ K}$; calculer la température T_2 correspondante et le temps t_f de fonctionnement de la machine.

4°) Définir et calculer l'efficacité moyenne de la machine entre sa mise en route et son arrêt.

D. Le réservoir est maintenu à la température constante $T_2 = T_0 = 305 \text{ K}$ par un renouvellement continu de l'eau qu'il contient. La salle n'est pas isolée et reçoit de l'énergie thermique du milieu extérieur, dont la température est T_0 ; l'expression de la puissance reçue par la salle de l'air extérieur est : $P_1 = a C (T_0 - T_1)$, avec a et C deux constantes ($C = 4.10^6 \text{ J.K}^{-1}$), T_1 est la température de la salle.

La température initiale de la salle est T_0 .

Le fonctionnement de la machine est réversible, elle reçoit la puissance $P = 120 \text{ W}$ constante. Après un certain temps la température T_1 se stabilise à la valeur $T_{1f} = 293 \text{ K}$.

1°) Donner l'expression de a (en fonction de P , T_{1f} , T_0 et C) à partir du moment où $T_1 = T_{1f}$. Faire l'application numérique en précisant l'unité de a .

2°) Le renouvellement de l'eau du réservoir se fait avec de l'eau à température T_0 , dont le débit massique est D_m ; la quantité d'eau dans le réservoir est constante, et on supposera la température uniforme. On veut que la température du réservoir soit égale à T_0 à 1% près.

Calculer le débit minimum d'eau D_m .

(la capacité thermique de l'eau est $c_1 = 4180 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)