Épreuve : PHYSIQUE I Option TA

AÉROMOTEURS

Les 3 parties de ce problème sont largement indépendantes.

Dans tout ce problème, la masse volumique de l'air notée ρ est supposée constante : $\rho = 1{,}30\ \mathrm{kg\,.\,m^{-3}}$.

On appelle aéromoteur ou moteur éolien ou encore éolienne tout dispositif mécanique premettant de produire un travail mécanique utilisable à partir de l'énergie aléatoire de l'air en mouvement (vent).

On distingue les machines à axe horizontal et les machines à axe vertical. Nous nous intéressons ici essentiellement aux machines à axe horizontal dont le principe est simple : une hélice mue par le vent est reliée à un dispositif adapté aux besoins locaux (pompe, alternateur ...).

Partie I - Étude globale

On considère un moteur éolien placé dans un air animé à l'infini amont d'une vitesse v_1 constante et à l'infini aval d'une vitesse v_2 également constante. À la traversée du moteur, la vitesse est v_0 (figure 1). Soit S_1 et S_2 les sections droites des veines fluides amont et aval S la section du moteur éolien (surface balayée par l'hélice) et S_ℓ la surface latérale. On admet que l'air est de pression uniforme sur les surfaces S_1, S_2, S_ℓ.

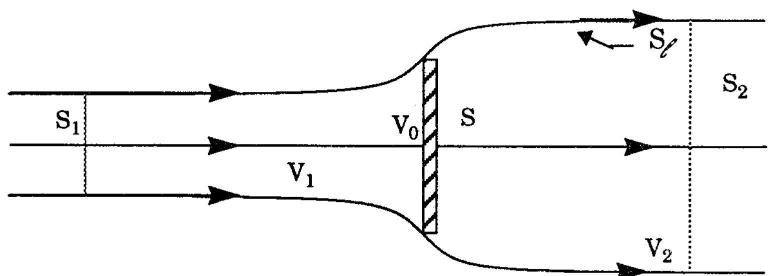

Figure 1.

Enfin, on négligera tout terme dû à la pesanteur.

I.1) Le régime étant permanent, quelles relations y-a-t-il entre les quantités S_1v_1, S_2v_2 et $Q = Sv_0$? En déduire que $S_2>S_1$.

I.2)

a) Exprimer la force $\vec{F}$ (en valeur absolue) exercée par le moteur éolien sur l'air en mouvement en fonction de ρQ et de $\vec{v}_1,\vec{v}_2$. Quelle est la direction et le sens de cette force $\vec{F}$?

b) En déduire l'expression de la puissance P que fournit le moteur.

I.3)

a) En exprimant la variation ΔE_c d'énergie cinétique de la masse d'air qui traverse l'éolienne par seconde, et en comparant à P, en déduire l'expression de v_0 en fonction de $v_1 + v_2$.

b) Écrire alors les expressions de F et P en fonction de ρS, v_1 et v_2.

I.4) On étudie la variation de la puissance recueillie P en fonction de la vitesse résiduelle v_2 à l'aval de la machine en supposant la vitesse amont de vent v_1 constante.

a) Pour quelle valeur de v_2 cette puissance est-elle maximale ? Soit P_0 cette puissance maximale ; exprimer P_0 en fonction de $\rho S v_1^3$ (limite de Betz).

b) Comparer P_0 à l'énergie cinétique qui traverse le moteur chaque seconde.

c) Exprimer la valeur F_0 de F (poussée axiale sur la machine) pour cette valeur P_0 en fonction de $\rho S v_1^2$ ou de $\rho S v_0^2$.

d) AN : Calculer P_0 et F_0 pour une machine de 5 mètres de diamètre fonctionnant dans un vent de vitesse $v_1 = 5\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Partie II - Étude simplifiée d'une hélice d'aéromoteur

Une hélice d'aéromoteur comporte p pales identiques. Chaque pale a un unité de temps) et $U = r\omega$ le module de la vitesse de l'élément AB de largeur dr situé à la distance r de l'axe Δ (figure 3). Dans ces conditions, la vitesse du vent pour le profil AB est $\vec{W}$ (vent apparent) telle que $\vec{v} = \vec{W} + \vec{U}$. Compléter le schéma de la figure 4 (schéma n°2) en indiquant les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{W}$, l'angle I que fait le vecteur $\vec{W}$ avec le plan de rotation ainsi que que l'angle i défini précédemment.

c) Exprimer U en fonction de I et de v.

II.3) Sur l'élément de pale de largeur dr et de surface ds, on note dR_x et dR_z la traînée et la portance dans un vent apparent d'intensité W.

a) Utilisant les expressions (1), exprimer en fonction de $\rho W^2\ell dr$, C_x, C_z et I la résultante dF suivant l'axe Δ (poussée axiale) de la traînée et de la portance. En déduire l'expression de la puissance dP totale fournie par le vent agissant sur cet élément.

b) Evaluer de même, en fonction de $\rho W^2\ell r dr$, C_x, C_z et I le moment résultant dM par rapport à l'axe Δ. En déduire l'expression dP_u de la puissance recueillie sur l'axe de rotation pour l'élément de pale de surface ds situé à la distance r de Δ.

c) On définit le rendement aérodynamique de cet élément par : $\eta = \dfrac{dP_u}{dP}$.
Exprimer ce rendement en fonction de la finesse f et de I. Comment calculerait-on le rendement global de l'hélice ?

AN : Calculer η pour un élément situé à l'extrémité d'une pale telle que $\dfrac{U}{v} = 1$, la finesse ayant la valeur f_0 trouvée à la question II.1-b).

II.4) La réalisation d'une hélice nécessite en particulier la détermination de la largeur ℓ d'un élément d'une pale en fonction de sa distance r à l'axe. En comparant l'expression de dF établie en II.3-a) à celle établie en I.4-c) exprimer, pour une hélice comportant p pales, la quantité $C_z p \ell$ en fonction de r, I et f. Simplifier cette expression compte tenu de l'ordre de grandeur de f. Calculer la largeur ℓ à l'extrémité d'une pale si la largeur près de l'axe est $\ell_0 = 20$ cm sachant que $C_z = \text{Cte}$ et

$$\lambda_0 = \frac{\omega R}{v} = 1. \qquad (2)$$

Partie III - Exemple d'application : éolienne de pompage

En pratique, on caractérise une éolienne par les coefficients C_F, C_M et C_P respectivement de poussée axiale, de moment et de puissance. Ces coefficients sont définis par

$$C_F = \frac{2F}{\rho S v^2} \qquad C_M = \frac{2M}{\rho S v^2 R} \qquad C_P = \frac{2P}{\rho S v^3} \qquad (3)$$

où v désigne la vitesse du vent en amont de la machine, R le rayon de l'hélice et S la surface balayée. La variable utilisée est la vitesse spécifique

$$\lambda_0 = \frac{U_0}{v} \; (U_0 = \omega R = \text{vitesse périphérique}) \qquad (4)$$

Une éolienne de pompage est une éolienne dite lente. Pour ces machines λ_0, est faible (compris entre 1 et 3) ; le nombre de pales est élevé (p = 6 à 24). On appelle D le diamètre de l'hélice. Pour un prototype de ces machines on donne les résultats de la figure 5.

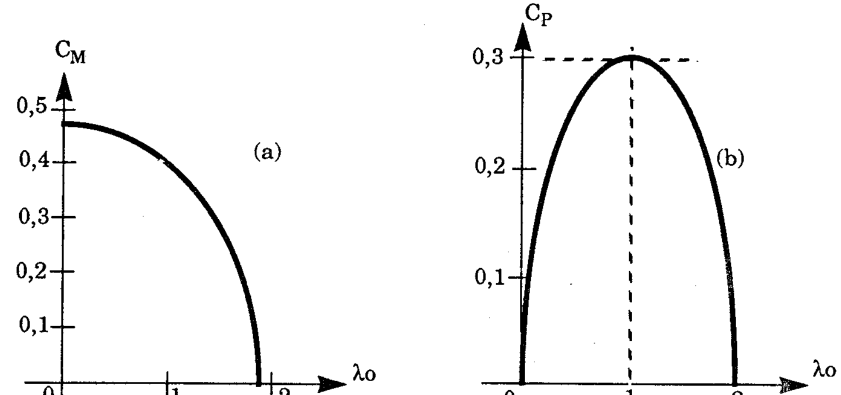

Figure 5.

III.1)

a) Commenter le graphe a de la figure 5.

b) On suppose que $C_P = f(\lambda_0)$ est une parabole d'équation $C_P = a\lambda_0^2 + b\lambda_0 + c$. Calculer les coefficients a, b et c.

"profil" d'aile. Nous adoptons ici un profil qualifié de "standard".

II.1) Considérons une aile de largeur ℓ supposée constante et de longueur R. Cette aile, immobile dans le repère d'étude, est inclinée d'un angle i par rapport à la vitesse constante $\vec{v}$ du vent (figure 2).

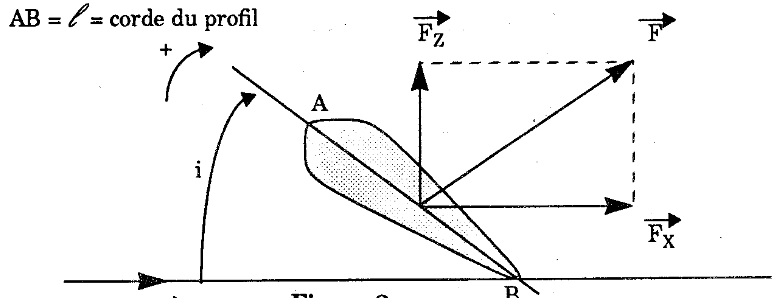

Figure 2.

L'action de l'air en mouvement se traduit par une force résultante $\vec{F}$. On décompose cette force $\vec{F}$ suivant deux directions perpendiculaires, l'une coïncidant avec la direction du vent $\vec{v}$ incident (F_x traînée), l'autre perpendiculaire (F_z portance).

On définit alors les coefficients aérodynamiques C_x et C_z par les relations :

$$F_x = \frac{1}{2}C_x\rho s v^2 \qquad \text{avec } s = \ell R \qquad (1)$$
$$F_z = \frac{1}{2}C_z\rho s v^2$$

Ces coefficients C_x et C_z varient avec l'angle d'incidence i. Pour un profil "standard" on donne :

i (degrés)	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
C_x	0,25	0,10	0,06	0,05	0,08	0,16	0,25	0,40
C_z	-0,35	-0,30	-0,20	0,25	0,88	1,03	0,85	0,66

NB : pour i = 16°, C_z est maximal et égal à 1,12.

a) Représenter Cz en fonction de Cx.

b) On pose $f = C_z/C_x$ finesse du profil. À partir du graphe précédent, indiquer pour quelle valeur de l'angle i la finesse est maximale et donner sa valeur f_0.

II.2) La figure 3 schématise une hélice comportant p = 2 pales :

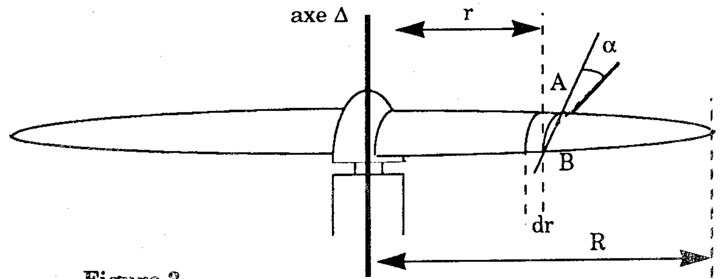

Figure 3.

À la distance r de l'axe Δ, la corde AB de longueur ℓ du profil fait un angle α avec le plan de rotation de l'hélice. Cet angle est appelé "angle de calage".

a) On suppose tout d'abord l'hélice bloquée, le vent incident de vitesse $\vec{v}$ ayant une direction parallèle à l'axe Δ (figure 4).

Montrer que pour l'élément de pale de surface $ds = \ell dr$, la résultante aérodynamique $d\vec{F}$ a tendance à engendrer un mouvement de translation et un mouvement de rotation. On précisera sur un schéma (schéma n°1) les sens et direction de ces 2 mouvements.

NB : Pour un moteur éolien, seul le mouvement de rotation est utilisé.

Dans tout ce qui suit, l'hélice est débloquée.

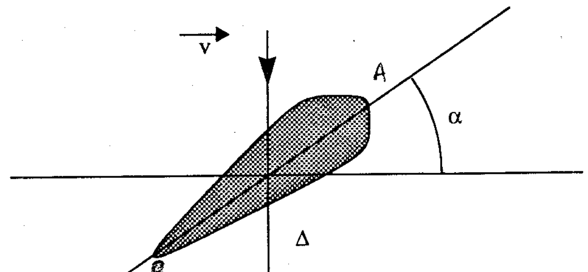

Figure 4.

b) Soit ω = 2πN la vitesse angulaire de l'hélice (N = nombre de tours par

c) À partir des coordonnées (λ_{0max} et C_{Pmax}) exprimer les valeurs correspondantes (N_{max} et P_{max}) de la vitesse de rotation de l'hélice exprimée en nombre de tours par unité de temps et de la puissance correspondante.

NB : On exprimera N_{max} en tours/minute en fonction de v/D et P en watts en fonction de D^2v^3. Comparer P_{max} à la puissance P_0 de Betz I.4-a).

III.2) À partir du graphe $C_p = f(\lambda_0)$ déduire l'expression de P = f(N) pour une vitesse de vent donnée.

AN : pour v = 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 m.s-1 et D = 5 m, donner les valeurs optimales N_{max} et P_{max}. Représenter sommairement P = f(N) pour ces 5 valeurs de la vitesse v (schéma n°3).

III.3) Cette éolienne est utilisée pour le pompage de l'eau. Dans ce cas, on considère que le couple résistant moyen C_r est constant. La pompe ayant un rendement η_p, sa caractéristique (puissance P_p ; vitesse de rotation N) est :

$$P_p = \frac{2\pi C_r N}{\eta_p} \tag{5}$$

On donne $\eta_p = 0{,}8$ et $C_r = 230$ N.m

a) En déduire le point de fonctionnement (P_{pF} ; N_F) pour ce dispositif et calculer N_F pour les différentes valeurs de v données en III.2) dans la mesure où ces valeurs sont supérieures à une valeur v_{min} que l'on calculera.

b) Montrer que l'on peut améliorer nettement le fonctionnement de ce dispositif en plaçant un rapport de démultiplication (de valeur k) des vitesses de rotation de l'éolienne et de la pompe. Calculer k si on suppose qu'après démultiplication on a :

$N = 0{,}50$ tour.s^{-1} pour $v = 8$ m.s^{-1}.

III.4) Le dispositif est placé sur un site où l'eau à extraire est à la profondeur H.

a) Exprimer la puissance P_e nécessaire pour extraire de l'eau avec un débit en volume q en fonction de qH.

b) Soit η_m le rendement mécanique global de l'installation. En utilisant le résultat du III.1-c), exprimer q en fonction de $D^2v^3H^{-1}$.

On donne $g = 9{,}81$ m.s^{-2}, ρ eau = 10^3kg.m^{-3}, $\eta_m = 0{,}65$.

III.5) La courbe annuelle des vitesses des vents (sur le site de l'éolienne) est approximativement une fonction décroissante du nombre de jours de l'année où ces vents ont soufflé : on porte ainsi en abscisses le nombre de jours pendant lesquels les vents ont une vitesse v (portée en ordonnées) (Figure 6).

a) Commenter cette courbe et donner son équation v(t).

b) En déduire la quantité d'eau extraite annuellement si D = 5 m et H = 15 m ? Faire éventuellement un commentaire ...

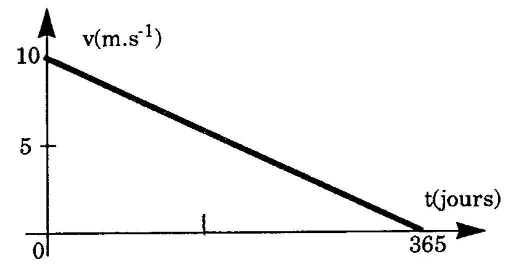

Figure 6.

••• FIN •••

NG Sujet:PHYSIQUE I TA version du 25 march 1992 11:03 am