PREMIERE PARTIE
ETUDE DE L'EFFET HALL

Le référentiel d'étude est rapporté à trois axes orthogonaux Ox, Oy, Oz ; $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est la base orthonormée directe associée.

A / REGIME STATIQUE

Une plaquette parallélépipédique réalisée dans un semi-conducteur dopé n, d'épaisseur h, de largeur ℓ et de longueur finie L, est utilisée pour réaliser un capteur à effet Hall. Les seules charges libres sont des électrons de charge de $q = -e$; N_n représente leur nombre par unité de volume et σ désigne la conductivité électrique du matériau semi-conducteur.

La plaquette est traversée par un courant électrique d'intensité constante $I_0 > 0$, uniformément réparti sur la section transversale avec la densité volumique de courant $\vec{J} = J\vec{u}_y$, de sorte que $I_0 = Jh\ell$, comme le montre la figure 1 ci-dessous ; le champ électrique associé est noté $\vec{E}_0 = E_0\vec{u}_y$ (l'alimentation extérieure n'est pas représentée pour simplifier le schéma).

Le capteur est placé au centre O du repère cartésien, dans un champ magnétique uniforme et indépendant du temps (créé par un dispositif extérieur non représenté) de vecteur $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B > 0$. Dans cette sous-partie, le champ magnétique créé par le courant I_0 dans la plaquette est supposé négligeable devant $\vec{B}$.

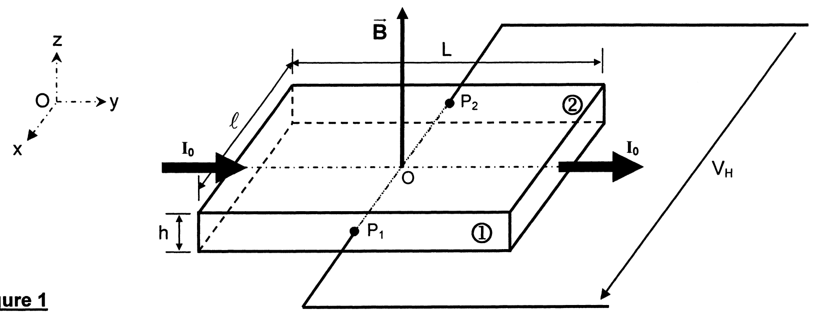

Figure 1

A.1 Exprimer la relation liant la densité de courant $\vec{J}$ et la vitesse de déplacement $\vec{V}$ des électrons dans la plaquette. Préciser les caractéristiques de $\vec{V}$.

A.2 Ecrire, sous sa forme vectorielle, la force $\vec{F}_{mag}$ à laquelle est soumis l'électron de la part du champ magnétique, en supposant qu'il est animé de la vitesse de dérive $\vec{V}$.
En déduire la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'exerce sur la plaquette.
Préciser l'effet du champ magnétique sur la trajectoire des électrons dans la plaquette.

A.3 Montrer que, sous peine de voir disparaître le régime permanent d'écoulement des charges dans le conducteur, un champ électrique, appelé champ de Hall, apparaît et qu'il s'écrit $\vec{E}_H = k_E(\vec{J} \wedge \vec{B})$, où k_E est un coefficient à déterminer ; préciser la direction et le sens de ce champ à l'aide d'un schéma.

A.4 En déduire l'existence d'une tension $V_H = V(P_1) - V(P_2)$ dite tension de Hall, qui apparaît entre les deux faces opposées ① et ② de la plaquette, puis l'écrire sous la forme $V_H = \frac{R_H}{h} I_0 B$, où R_H est le coefficient de Hall qu'il conviendra d'expliciter en fonction de N_n et e. Analyser le signe de R_H.

A.5 Application numérique : Calculer la constante R_H et la valeur de B à l'aide des données suivantes : $I_0 = 100\text{ mA}$, $|V_H| = 126{,}7\text{ mV}$, $N_n = 1{,}7.10^{22}\text{ m}^{-3}$, $e = 1{,}6.10^{-19}\text{ C}$, $h = 0{,}3\text{ mm}$, $\ell = 1\text{ cm}$, $L = 3\text{ cm}$.

A.6 En pratique, un capteur est caractérisé par sa sensibilité. Définir puis calculer la sensibilité S_B de ce capteur vis-à-vis du champ magnétique.

La constante de Hall varie avec la température – car la densité de charges libres en dépend – selon la loi : $R_H(t) = R_H(0).\exp(-at)$, où la température t s'exprime en degrés Celsius, avec $a = 0{,}014\ (°C)^{-1}$ pour un capteur en InSb.

A.7 Evaluer la variation relative de la tension de Hall V_H quand la température au niveau du capteur s'élève de 10 degrés. Commenter cette valeur.

A.8 Montrer qu'il existe une relation simple entre la force de Laplace $\vec{F}_L$ et la tension de Hall, de la forme $V_H = \zeta\, \vec{F}_L \cdot \vec{u}_x$, où ζ est un coefficient à déterminer.

Désignons par $\vec{E}$ le champ électrique résultant dans la plaquette traversée par la densité de courant $\vec{J}$, en présence du champ magnétique $\vec{B}$.

A.9 Montrer que $\vec{E}$, $\vec{J}$ et $\vec{B}$ vérifient la loi d'Ohm locale : $\vec{J} = \sigma\left[\vec{E} - k_J(\vec{J} \wedge \vec{B})\right]$, où k_J est un coefficient à déterminer. En déduire l'expression de $\vec{E}$ en fonction de $\vec{J}$ et $\vec{B}$.

A.10 Représenter, dans le plan Oxy, les vecteurs $\frac{\vec{J}}{\sigma}$, $\vec{E}$ et $k_J(\vec{J} \wedge \vec{B})$. Tracer les lignes de courant, les lignes de champ et les surfaces équipotentielles associées, en distinguant deux cas : absence ou présence du champ magnétique.

A.11 Montrer que les lignes de champ électrique et les lignes de courant font un angle ψ qui sera exprimé en fonction de B, σ et R_H. Calculer cet angle ψ pour un champ $B = 1\text{ T}$, sachant que $\sigma = 2.10^4\ \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$.

Les deux fils conducteurs sont soudés à la plaquette aux points P_1 et P_2, de coordonnées respectives $(\ell/2, y_1, 0)$ et $(-\ell/2, y_2, 0)$ avec, théoriquement, $y_2 = y_1$.

A.12 Estimer le décalage maximum admissible $\delta = |y_2 - y_1|$ par rapport à leur position théorique, sachant que la mesure doit fournir une tension de Hall V_H à 1% près. Commenter le résultat ; proposer un montage complémentaire pour compenser ce décalage et préciser le protocole de réglage.

A.13 Etablir, qu'en présence du champ magnétique, la conductivité du conducteur devient : $\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{1+\lambda^2 B^2}}$, puis expliciter le coefficient λ. Calculer numériquement σ'.