

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Vendredi 9 mai 1997 de 14 h à 17 h

La plus grande importance sera attachée à la présentation et à la rédaction.

Seuls seront corrigés les résultats encadrés répondant explicitement à la (les) question(s) posée(s), exprimé(s) avec les notations strictes de l'énoncé, sous leur forme la plus simple, en tenant compte de l'esprit de la question. Ceci se traduira par des points de minoration ne dépassant pas 10 % de la note.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

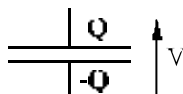
L'INFLUX NERVEUX

On compare souvent un nerf à un simple fil électrique, sur lequel se propagerait l'influx nerveux, commandant et contrôlant le corps. En réalité la propagation nerveuse est infiniment plus complexe. Ce problème se propose d'examiner quelques phénomènes (physiques) relatifs à cette propagation. Aucune connaissance en biologie et en médecine n'est nécessaire pour résoudre ce problème.

Données numériques :

- Constante de Boltzmann  $k_B = 1,38.10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
- Température  $\theta$  (en °C) = température T(en K) - 273
- Permittivité électrique du vide  $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ .
- Charge électrique élémentaire  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$
- Température moyenne interne du corps humain  $\theta = 37^\circ \text{ C}$

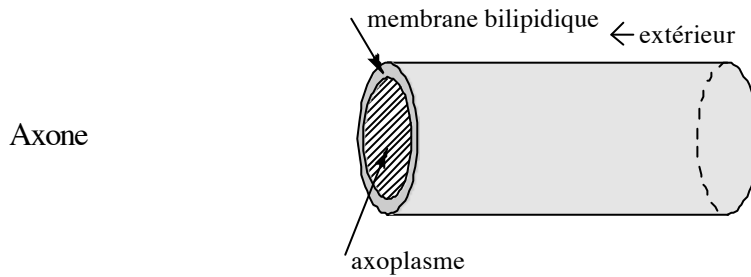
Rappels de cours :

Capacité d'un condensateur  $C = \frac{Q}{V}$  . 

On considère une population de particules à l'équilibre thermique, les particules pouvant avoir une énergie potentielle de valeurs  $E_1$  ou  $E_2$ . La loi de Boltzmann prévoit que le nombre de particules  $N_i$  ayant l'énergie  $E_i$  est  $N_i = A \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)$  où A est une constante de normalisation.

A. Fibres nerveuses, description

Les cellules nerveuses (neurones) présentent toutes, quel que soit l'animal, deux extrémités : le corps cellulaire et le bouton synaptique et entre les deux une fibre plus ou moins longue appelée axone. Cet axone baigne dans le milieu extérieur formé de liquide interstitiel. L'axone comprend un axoplasme et une membrane bilipidique.



Les caractéristiques des fibres nerveuses sont dans le tableau ci-dessous :

Rayon extérieur de l'axone	a	5 $\mu\text{m}$
Epaisseur de la membrane	b	7,0 nm
Permittivité diélectrique relative (membrane)	$\epsilon_r$	8
Résistivité (membrane)	$\rho_m$	$1,6 \times 10^7 \Omega \cdot \text{m}$
Résistivité (axoplasme)	$\rho_a$	0,5 $\Omega \cdot \text{m}$
Capacité/unité de surface (membrane)	$c_m$	$10^{-2} \text{F} \cdot \text{m}^{-2}$
Conductance/unité de surface (membrane)	$g_m$	$9 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
Résistance/unité de longueur (axoplasme)	$r_a$	$6 \times 10^9 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$

A.1. On choisira des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  avec une base orthonormée directe  $\vec{u}_r \wedge \vec{u}_\theta = \vec{u}_z$ , l'axe z correspondant avec l'axe de l'axone (axe de symétrie).

On admet qu'il existe une différence de potentiel uniforme et constante entre l'axoplasme ( $V_a$ ) et le liquide interstitiel ( $V_{\text{ext}}$ ). On suppose que la paroi interne de la membrane porte une densité surfacique de charge uniforme égale à  $\sigma$  (positive ou négative)

On admettra que les calculs de champ dans un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope sont identiques à ceux effectués dans le vide, à condition de remplacer  $\epsilon_0$  par  $\epsilon_0 \epsilon_r$ .

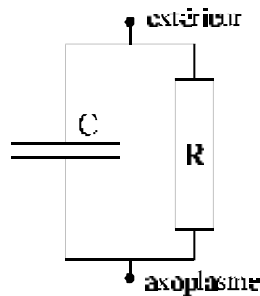
a) Calculer le champ électrique  $\vec{E}$  qui règne dans la membrane en fonction de  $\sigma, \epsilon_0, \epsilon_r, a, b$  et  $r$ .

- b) Déterminer  $\sigma$  en fonction de  $\epsilon_0, \epsilon_r, a, b, V_a$  et  $V_{\text{ext}}$ .  
En déduire la charge portée sur une longueur  $L$  de membrane.
- c) Comparer a et b, simplifier alors les expressions de  $\vec{E}$ ,  $\sigma$  et  $Q$ .
- d) Déterminer alors  $c_m$  (capacité par unité de surface de la membrane).  
Application numérique.  
Le résultat est-il conforme à celui du tableau ?
- e) Sachant que  $V_a - V_{\text{ext}} = -70\text{mV}$ , donner le signe de  $\sigma$  et préciser sa valeur numérique.  
Quelle est l'intensité du champ électrique existant dans la membrane ?

A.2. La membrane est un milieu légèrement conducteur, de résistivité  $\rho_m$ .

- a) Calculer la résistance de fuite de cette membrane pour une longueur  $L$ .
- b) Déterminer la conductance surfacique de la membrane. Pourquoi s'intéresse-t-on à la conductance surfacique et non à la résistance surfacique ?
- c) Application numérique.  
Le résultat est-il conforme à celui du tableau ?

A.3. On modélise alors la membrane par le circuit suivant :



- a) Justifier ce schéma.
- b) Quelle est la constante de temps  $\tau$  de ce circuit ? Cette constante de temps sera exprimée en fonction de  $c_m$  et  $g_m$ .
- c) Que représente physiquement cette constante de temps ?
- d) Application numérique. (On utilisera les données du tableau fournies au début du problème).
- e) En régime stationnaire la différence de potentiel existe en permanence. Justifier alors qu'il est indispensable qu'un mécanisme de renouvellement des charges soit mis en oeuvre.

A.4. On considère maintenant l'axoplasme.

- a) Calculer la résistance (longitudinale) de l'axoplasme sur une longueur  $L$  d'axone.
- b) Calculer numériquement la résistance par unité de longueur de l'axoplasme.

A.5. On définit la longueur critique comme la longueur de l'axone telle que la résistance (longitudinale) de l'axoplasme soit égale à celle (de fuite) de la membrane.

- a) Exprimer la longueur critique  $\ell_c$  en fonction de  $\rho_m$ ,  $\rho_a$ ,  $a$  et  $b$ .
- b) Faire l'application numérique. (On utilisera les données du tableau).
- c) Pour certaines fibres entourées de myéline la résistance de la membrane est multipliée par un facteur 300, que devient cette longueur critique ?
- d) Conclure alors sur l'impossibilité de transmettre un signal électrique par simple conduction dans l'axoplasme.

A.6. Pour expliquer la présence permanente de charges de part et d'autre de la membrane, on effectue des mesures complémentaires. On considère le liquide de part et d'autre de la membrane de l'axone. Pour une fibre au repos on observe des différences de concentration entre l'extérieur et l'intérieur, ces mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Ion	Concentration dans l'axoplasme ( $C_a$ ) (m mol.L <sup>-1</sup> )	concentration à l'extérieur ( $C_{ext}$ ) (m mol.L <sup>-1</sup> )
Na <sup>+</sup>	15	150
K <sup>+</sup>	150	5,5
Cl <sup>-</sup>	9	125

- a) Quels sont les deux phénomènes pouvant expliquer la diffusion des ions à travers la membrane ? Préciser dans quel sens on peut prévoir cette diffusion. (On fera un tableau à 3 colonnes (une pour chaque ion) et à deux lignes (une pour chaque phénomène) en précisant clairement le sens possible de diffusion).
- b) On considère une charge  $q$  plongée dans un champ électrique  $\vec{E}$ , montrer qu'on peut définir une énergie potentielle (à une constante additive près) d'interaction entre cette charge et le champ par  $qV$  où  $V$  est le potentiel électrostatique du champ  $\vec{E}$ .
- c) Montrer alors que la mesure de la concentration en ions  $Cl^-$  de part et d'autre de la membrane s'explique facilement.

d) Reprendre le calcul précédent pour les ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{K}^+$ . (On déterminera par exemple le potentiel qui serait associé à l'équilibre thermique). Que devrait-il se passer ?

Ceci montre qu'il existe obligatoirement un dispositif pour maintenir l'état de non-équilibre appelé pompe Na – K et dont le mécanisme ne sera pas étudié ici.

A.7. Cette membrane est, en fait, constituée de microcanaux supposés cylindriques de diamètre 1,0 nm pour le passage des ions. Entre ces microcanaux on suppose que la membrane est isolante. La résistivité du fluide dans les canaux est 100 fois plus grande que celle de l'axoplasme.

Compte-tenu des résultats obtenus en A.2. :

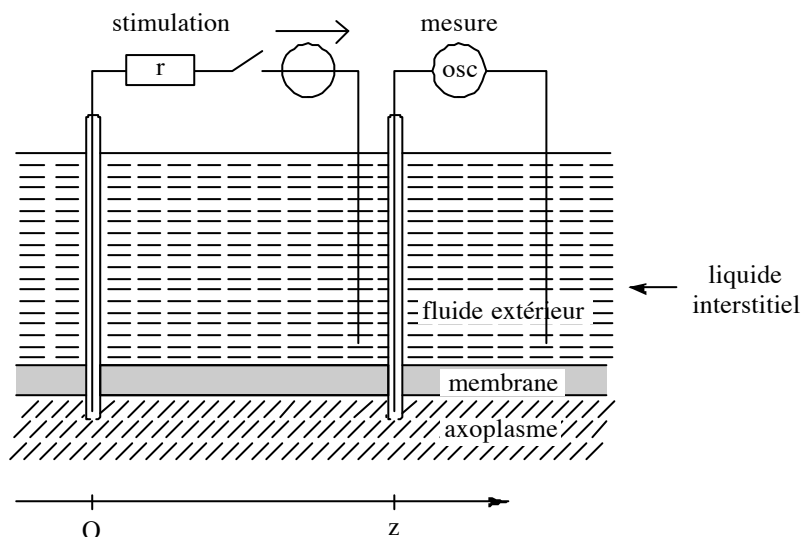
a) Déterminer le nombre de canaux par unité de surface. Faire l'application numérique.

b) Calculer la distance moyenne entre deux canaux.

## **B. Réponses à un stimulus**

On a étudié dans la partie A les propriétés de la fibre nerveuse en régime statique, dans les deux parties suivantes on étudie la transmission d'une perturbation dans la fibre.

Il est possible d'effectuer des mesures sur une fibre si celle-ci est suffisamment grosse pour y introduire des électrodes. Le principe est illustré sur la figure ci-dessous.



On constate que pour des faibles modifications de tension (de  $-70$  à  $-50$  mV) donc  $\Delta V \leq 20$  mV il n'y a pas de propagation possible. Au contraire si  $\Delta V > 20$  mV il y a propagation. On étudie dans cette partie B les perturbations faibles (stimulus faible).