CONCOURS ENSAM - ESTP - EUCLIDE - ARCHIMEDE

Epreuve de Physique PSI

Etude d'une ligne bifilaire

Le problème est relatif à l'étude d'une ligne bifilaire et des phénomènes de propagation associés. La longueur ℓ de la ligne est assez grande pour que les effets d'extrémités soient négligés et pour assimiler les champs et potentiels identiques à ceux produits par une ligne infiniment longue.

PREMIERS PARTIE

EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE ET REGIME STATIONNAIRE

A / ETUDE DE L'EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

Soit un fil de longueur et de conductivité infinies, de rayon a et possédant la charge linéique λ (figure 1).

A1. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide. Que vaut la densité volumique de charges ρ dans le fil ?

A2. Montrer que le champ électrostatique est radial et qu'il ne dépend que de r, tel que : $\vec{E} = E(r)\,\vec{u}_r$.

A3. En appliquant le théorème de Gauss sur une surface à préciser, établir l'expression de E(r) en fonction de λ, ε_0, r et de constantes à déterminer en distinguant deux domaines (à définir). Quelle relation existe-t-il entre $\vec{E} = E(r)\,\vec{u}_r$ et le potentiel électrostatique V(r) ?

A4. Le fil conducteur est porté au potentiel V_1. Exprimer la différence de potentiel $V(r) - V_1$, en fonction de λ, ε_0, a et r .

Considérons deux fils (1) et (2) de longueur infinie, infiniment conducteurs, de rayon a*, parallèles entre eux, espacés de* $h \gg a$ *et possédant les charges linéiques λ et $-\lambda$ constantes et uniformes (figure 2). Nous ferons l'hypothèse que les charges restent uniformément réparties à la périphérie des conducteurs cylindriques. Ces deux conducteurs forment une ligne bifilaire.*

A5. En appliquant le théorème de superposition, exprimer $V_1 - V_2$, la différence de potentiel entre le fil (1) et le fil (2).

A6. Réaliser un tracé qualitatif des lignes de champ et des surfaces équipotentielles relatives aux conducteurs cylindriques.

A7. Montrer qu'une surface équipotentielle particulière est un plan et donner son équation.

A8. Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ en tout point de ce plan. Tracer le module de $\vec{E}$ en fonction d'une variable à préciser.

A9. Montrer que certaines lignes de champ sont portées par une droite. Exprimer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de cette droite. Tracer le module de $\vec{E}$ en fonction d'une variable à préciser.

L'ensemble des deux conducteurs forme un condensateur de capacité linéique C_0. *Pour la suite, il sera admis que* $C_0 = \dfrac{\pi\varepsilon_0}{\mathrm{Ln}\left(\dfrac{h-a}{a}\right)}$

B / ETUDE EN REGIME STATIONNAIRE

La ligne bifilaire est utilisée pour alimenter une charge. Le conducteur (1) constitue le conducteur aller du courant électrique constant d'intensité I_0 *(dans le sens de l'axe Oz). Le conducteur (2) est le conducteur retour de ce courant. La répartition du courant est uniforme sur chaque conducteur. Les vecteurs densité de courant sont respectivement :*

$$\vec{j}_1 = \frac{I_0}{\pi a^2}\vec{u}_Z \text{ et } \vec{j}_2 = \frac{-I_0}{\pi a^2}\vec{u}_Z$$

B1. Montrer que le champ magnétique créé par le conducteur (1) est orthoradial et qu'il ne dépend que de r, tel que : $\vec{B} = B_1(r)\vec{u}_\theta$.

B2. A partir du théorème d'Ampère sur un contour à préciser, établir l'expression de B1(r) en distinguant deux domaines (à définir). Tracer le graphe de $B_1(r)$.

B3. De même, exprimer $\vec{B}$, le champ magnétique résultant crée par les conducteurs (1) et (2), mais uniquement dans le plan défini par les axes des deux conducteurs et entre les conducteurs.

L'ensemble des deux conducteurs forme une bobine d'inductance linéique L_0. *Dans la suite du problème, il sera admis que* $L_0 = \dfrac{\mu_0}{\pi}\mathrm{Ln}\left(\dfrac{h-a}{a}\right)$.

B4. A l'aide d'une figure, montrer ce que représente la grandeur physique L_0I_0.

B5. Que vaut le produit L_0C_0 ? Application numérique.

FIN DE L'EPREUVE