Les trois parties A, B et C de cette épreuve sont indépendantes.

Partie A : Principe du moteur asynchrone (37%)

Aucune connaissance préalable du moteur asynchrone n'est nécessaire pour l'étude de cette partie.

Un moteur asynchrone est constitué d'un stator et d'un rotor.
Le stator est réalisé à l'aide d'un ensemble de bobines fixes destinées à engendrer dans une zone limitée de l'espace un champ magnétique tournant $\vec{B}(t)$.
Le rotor est modélisé par un cadre conducteur rectangulaire de surface S, contenant N spires mobile autour d'un axe.

1. Stator de la machine asynchrone : production d'un champ tournant

Soit un ensemble de trois bobines, dont les axes sont régulièrement décalés de $\frac{2\pi}{3}$ dans le plan xOy, et alimentées par un système triphasé de courants de pulsation ω_s dont les intensités sont les suivantes:

$$i_1(t) = I_M \cos(\omega_s t)$$
$$i_2(t) = I_M \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_3(t) = I_M \cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

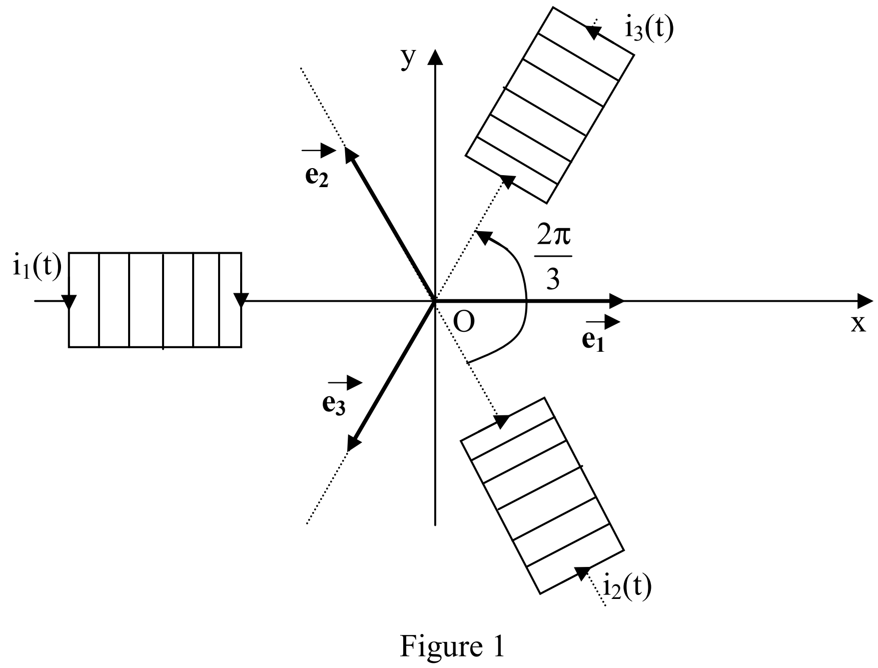


Figure 1

La fréquence d'alimentation de ces bobinages statoriques est égale à 50Hz.

Chaque bobine crée au centre O un champ magnétique qui peut se mettre sous la forme : $\vec{B}_j = K.i_j(t).\vec{e}_j$ (K est une constante et $\vec{e}_j$ est le vecteur unitaire de l'axe de la jème bobine).

1.1. Déterminer les composantes sur Ox et Oy du champ magnétique total $\vec{B}$ en O.
On notera $B = \|\vec{B}\|$ sa norme que l'on exprimera en fonction de K et I_M.

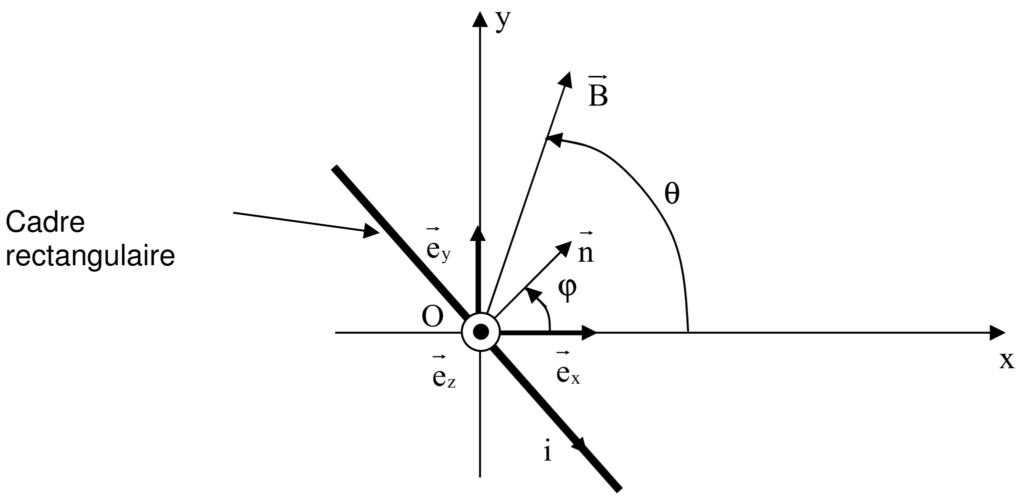
1.2. Justifier l'appellation de champ tournant pour ce champ magnétique total $\vec{B}$.
Préciser à quelle vitesse angulaire ce champ tourne dans le plan xOy.
Calculer la valeur numérique de la vitesse de rotation du champ tournant n_s en tours par minute (tr/mn).

2. Entraînement du rotor de la machine asynchrone

Le rotor est modélisé par un cadre conducteur rectangulaire de surface S, orienté suivant la normale $\vec{n}$, contenant N spires planes filiformes et indéformables en série, et susceptible de tourner autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire ω constante.
Le cadre est placé dans le **champ magnétique tournant que l'on suppose uniforme**, de norme notée B.
Les positions angulaires de $\vec{B}$ et $\vec{n}$ sont repérées par les angles suivants :

$$\theta(t) = \left(\vec{e}_x, \vec{B}\right) = \omega_s t \quad \text{et} \quad \varphi(t) = \left(\vec{e}_x, \vec{n}\right) = \omega t$$

Dans toute la suite, on suppose que : $0 \le \omega \le \omega_s$.



Vue de dessus

Figure 2

2.1. Déterminer le flux Φ du champ magnétique $\vec{B}$ créé par le stator à travers les N spires du cadre, en fonction de B,N,S,ω,ω_S et t.

2.2. En déduire la force électromotrice d'induction e(t) qui apparaît dans celui-ci en fonction du flux maximum à travers le circuit $\Phi_M = N\ S\ B$, et de la vitesse angulaire de glissement $\omega_r = \omega_s - \omega$ (ω_r est positive ou nulle).

Tournez la page S.V.P

2.3. Le cadre est équivalent à un circuit série de résistance R et d'inductance propre L.

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par le courant i(t) dans la bobine.

b) En déduire l'expression de i(t) en régime permanent sinusoïdal que l'on mettra sous le forme suivante :

$$i(t) = I_M \sin\left(\omega_r t - \psi\right)$$

Exprimer, en fonction de Φ_M , R , L et ω_r , l'amplitude I_M de i(t) et le retard de phase Ψ de i(t) par rapport à la force électromotrice e(t) déterminée à la question 2.2.

3. Couple électromagnétique

Le cadre rectangulaire est parcouru par le courant i(t).

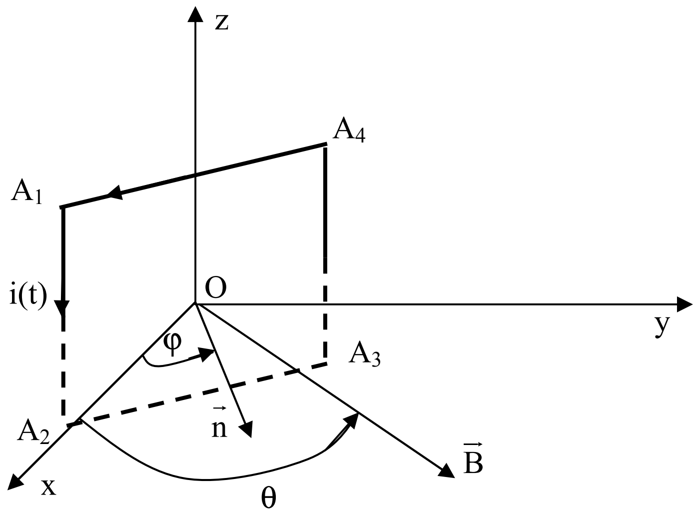


Figure 3

On note $\Gamma(t) = \vec{\Gamma}.\vec{e}_z$ le moment par rapport à l'axe Oz du couple électromagnétique des forces de Laplace s'exerçant sur les N spires du cadre.

3.1. Etablir l'expression de Γ(t).

3.2. Montrer que sa valeur moyenne <Γ(t)> notée Γ_{em} est donnée par l'expression suivante :

$$\Gamma_{em} = \left(\frac{\phi_M{}^2}{2L}\right)\frac{RL\omega_r}{R^2 + (L\omega_r)^2}$$

3.3. On introduit le glissement, noté g, qui caractérise l'écart relatif entre la vitesse angulaire de synchronisme et la vitesse angulaire de rotation de l'arbre du moteur : $g = \dfrac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \dfrac{\omega_r}{\omega_s}$.

Que vaut le glissement g lorsque le moteur est à l'arrêt?
Que vaut le glissement g lorsque le moteur tourne à la vitesse angulaire ω_S de synchronisme?

3.4. On pose $\Gamma_0 = \dfrac{\phi_M{}^2}{2L}$. Exprimer la nouvelle expression du moment Γ_{em} en fonction de Γ_0 , g , R et du produit $L\omega_s$.

3.5. Donner l'expression, notée Γ_d, de ce moment au démarrage du moteur.

Dans toute la suite, on suppose que R est inférieure ou égale au produit $L\omega_s$.

3.6. Déterminer, en fonction de Γ_0 , la valeur maximale Γ_{max} de $\Gamma_{em}(g)$ et préciser l'expression littérale du glissement g_{max} correspondant.

3.7. Applications numériques : R = 4,0 Ω , $L\omega_s$ = 40 Ω et Γ_0 = 100 N.m . On rappelle que ω_s est égale à la <u>pulsation</u> des courants des bobinages statoriques étudiés au A.1 .

> **a)** Calculer les valeurs numériques de Γ_d , g_{max} et Γ_{max}.
> **b)** En déduire la vitesse de rotation du moteur n en tr/mn pour $g = g_{max}$.
> **c)** Pour $g = g_{max}$ calculer la valeur efficace notée I_{Reff} de l'intensité du courant rotorique.

3.8. Tracer sur la copie l'allure du graphe $\Gamma_{em}(g)$ lorsque la vitesse angulaire du moteur évolue entre l'arrêt et la vitesse angulaire de synchronisme.

3.9. La charge mécanique accouplée à l'arbre du moteur correspond à un couple résistant de moment par rapport à l'axe de rotation constant et noté $(-\Gamma_r)$, avec $\Gamma_r > 0$.

> **a)** Que se passe-t-il si Γ_r est supérieur à Γ_d?
> **b)** Montrer par une analyse graphique que, si $\Gamma_d < \Gamma_r < \Gamma_{max}$, il existe deux points de fonctionnement du moteur correspondant à deux vitesses de rotation du rotor ω_1 et ω_2.
> **c)** Etudier de façon qualitative leur stabilité (on pourra noter J le moment d'inertie, par rapport à l'axe Oz, de l'ensemble mobile en rotation) .
> **d)** Pour augmenter le "couple au démarrage" Γ_d, on ajoute une résistance supplémentaire en série dans le circuit du rotor.
> Calculer la nouvelle valeur numérique de Γ_d pour R = 8 Ω.

4. Puissance et rendement

On note $P_{méca}$ la puissance mécanique moyenne et P_J la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans les conducteurs du rotor .

4.1. Exprimer P_{meca} et P_J en fonction de Γ_0 , R , L , ω_r , et ω .

4.2. La puissance électromagnétique moyenne P_{em} transmise du stator vers le rotor est intégralement convertie en puissance mécanique moyenne P_{meca} et en puissance moyenne P_J dissipée par effet Joule dans les conducteurs du rotor.
En déduire l'expression du rendement en fonction de ω et ω_s ; on rappelle que $\omega_r = \omega_s - \omega$.

4.3. Application numérique : calculer la valeur du rendement η pour un glissement égal à g = 0,05.