Épreuve : PHYSIQUE I — Filière TSI

Cette épreuve est constituée de deux parties indépendantes.

Partie I - Étude d'un moteur à induction

I.A - Étude d'une spire en court-circuit

On considère une spire circulaire de diamètre D en court-circuit, de centre O d'axe $(O;\vec{n})$. La spire est réalisée à l'aide d'un fil métallique de section circulaire de diamètre d et de résistivité ρ. On supposera que $D \gg d$.

I.A.1) Déterminer la résistance R de la spire.

I.A.2) Déterminer le champ d'induction magnétique $\vec{B}_0$ créé en O (centre de la spire) en fonction du courant I circulant dans la spire.

I.A.3) En supposant que le champ d'induction magnétique en tout point du disque délimité par la spire est le même que celui en O (calculé à la question précédente), déterminer l'inductance propre L de la spire.

I.B - Étude du stator

On considère un système permettant de créer dans une région limitée de l'espace (repérée par un trièdre orthonormé direct $(O;\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ supposé galiléen) un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ uniforme (ayant à un instant donné la même valeur en tout point de cette région) mais non constant (pouvant évoluer au cours du temps). Ce système, appelé stator, est constitué de bobinages parcourus par des courants sinusoïdaux de pulsation ω_0 et génère un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ uniforme, normal à l'axe $(O;\vec{e}_z)$ et tournant autour de cet axe à la vitesse angulaire ω_0. On notera

$$\varphi(t) = (\vec{e}_x, \vec{B}) = \omega_0 t .$$

Montrer que deux bobines identiques, d'axes respectifs $(O;\vec{e}_x)$ et $(O;\vec{e}_y)$, situées à égale distance du point O, parcourues par deux courants sinusoïdaux de même pulsation ω_0, créent en O un champ magnétique tournant à la vitesse angulaire ω_0 si les deux courants présentent un déphasage que l'on déterminera.

Représenter schématiquement ce dispositif en indiquant les courants traversant les bobines.

I.C - Étude du rotor

On considère un rotor pouvant tourner librement autour de l'axe $(O;\vec{e}_z)$. Ce rotor est constitué essentiellement d'une spire circulaire de centre O analogue à celle étudiée en I.A. L'axe $(O;\vec{n})$ de la spire est situé dans le plan $(O;\vec{e}_x, \vec{e}_y)$. On supposera que le rotor tourne avec une vitesse angulaire ω constante et que sa position angulaire est repérée par l'angle

$$\alpha(t) = (\vec{e}_x, \vec{n}) = \omega t + \alpha_0 .$$

I.C.1) Calculer le flux du champ d'induction magnétique $\vec{B}$ (généré par le stator) à travers la spire en fonction du temps.

I.C.2) Calculer la force électromotrice qui apparaît dans la spire. On posera $\Omega = \omega_0 - \omega$. Donner un schéma électrique équivalent de la spire. En déduire l'équation différentielle vérifiée par le courant induit $i(t)$ dans la spire.

I.C.3) Résoudre l'équation différentielle et en déduire $i(t)$ en régime établi. On donnera un ordre de grandeur t_1 de la durée du régime transitoire.

I.C.4) Calculer le couple $\vec{\Gamma}(t)$ que les phénomènes d'induction exercent sur le rotor en régime établi.

I.D - Caractéristique du moteur

On appellera Γ la valeur moyenne au cours du temps de la projection du couple $\vec{\Gamma}(t)$ sur l'axe $(O;\vec{e}_z)$, c'est-à-dire :

$$\Gamma = \langle \vec{\Gamma}(t) \cdot \vec{e}_z \rangle .$$

I.D.1) Montrer que Γ peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Gamma = \frac{k^2}{2} R \frac{\Omega}{R^2 + L^2\Omega^2} .$$

On donnera l'expression de k ainsi que sa dimension physique.

I.D.2) On appelle glissement du rotor, que l'on note g, le rapport $g = \Omega/\omega_0$. Expliquer à quoi correspondent les cas $g = 0$ et $g = 1$.

I.D.3) Étudier et représenter la fonction $\Gamma = \Gamma(g)$ pour g compris dans l'intervalle $[0,1]$. On distinguera deux cas, selon que R est supérieur ou inférieur à une certaine valeur critique R_c que l'on indiquera.

154

I.D.4) Calculer la puissance moyenne $\bar{P}$ du moteur en fonction de ω. Tracer la fonction $\bar{P} = \bar{P}(\omega)$. Montrer que le régime moteur correspond à g dans l'intervalle $]0,1[$.

I.D.5) Déterminer la valeur maximale $\bar{\Gamma}_{max}$ de $\bar{\Gamma}$ et la valeur de la vitesse de rotation correspondante (on distinguera les deux cas, en fonction de la valeur de R par rapport à R_c).

I.E - Démarrage et points de fonctionnement du moteur

On suppose que $R = R_c / 10$.

I.E.1) Tracer la fonction $\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}(g)$ pour g compris dans l'intervalle $[0,1]$. Indiquer les valeurs intéressantes du couple.

I.E.2) On suppose que le moteur subit un couple résistant de module $k^2/(30L)$. Expliquer le comportement du moteur (démarrage, vitesse en régime établi) en utilisant le diagramme tracé à la question précédente. Préciser l'évolution de la position du point de fonctionnement sur ce diagramme.

I.E.3) On suppose maintenant que le moteur subit un couple résistant de module $k^2/(10L)$.

a) Chercher graphiquement les points de fonctionnement F_1 et F_2 et préciser leur stabilité.

b) Calculer les vitesses ω_1 et ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$) de rotation du moteur correspondant à F_1 et à F_2.

I.F - Amélioration des conditions de démarrage

On a la possibilité, par un dispositif non étudié ici, d'augmenter la valeur de la résistance rotorique R en lui ajoutant une résistance R' (variable) en série. De ce fait, la nouvelle valeur de la résistance rotorique devient

$$R = \frac{R_c}{10} + R'.$$

On supposera que le couple résistant reste constant et de module égal à $k^2/(10L)$ dans toute la question I.F.

On supposera de plus que le moment d'inertie du rotor par rapport à son axe de rotation est égal à J.

On admettra enfin que, du fait de l'inertie du rotor, celui-ci n'est sensible qu'à la valeur moyenne $\bar{\Gamma}$ du couple moteur $\Gamma(t)$

I.F.1) Expliquer l'intérêt d'augmenter la résistance rotorique et déterminer la valeur minimale qu'il faut donner à R' pour que le moteur puisse démarrer. On exprimera cette valeur en fonction de R_c.

I.F.2) Déterminer la valeur qu'il faut donner à R' pour démarrer à couple maximal. On exprimera également cette valeur en fonction de R_c.

I.F.3) On souhaite, après le démarrage dans les conditions de la question précédente, ajuster la valeur de R' au cours du temps pour que le moteur fournisse ce couple maximal le plus longtemps possible.

a) Donner la loi horaire $\omega = \omega(t)$ pour cette phase.

b) Préciser la loi horaire $R' = R'(t)$ qui permet de vérifier cela ainsi que la durée Δt de la phase de démarrage à couple maximal. On exprimera Δt en fonction de L, J, k et ω_0.

I.F.4) La résistance R' est alors maintenue constante à la valeur qu'elle avait en fin de phase de démarrage.

a) Décrire qualitativement ce qui se passe ensuite.

b) Donner l'équation différentielle vérifiée par ω durant cette seconde phase.

c) Linéariser cette équation différentielle en supposant que $Z^2 = 2(L^2(\omega_0 - \omega)^2 + R^2)$ reste constant.

d) Intégrer l'équation différentielle linéarisée et trouver la loi $\omega = \omega(t)$. La valeur de Z se calculera en utilisant la valeur de ω en régime établi trouvée en I.E.3.

e) Donner un ordre de grandeur de la durée $\Delta t'$ de cette seconde phase de démarrage.