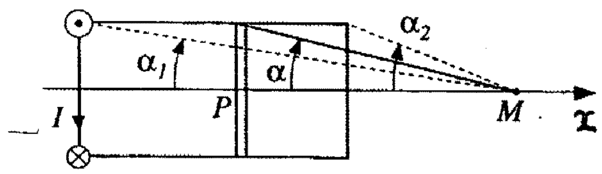
ESIM MP 1

Partie I. Le moteur synchrone

I.1. Le solénoïde :

Un solénoïde d'axe Ox, de longueur L, est constitué d'un bobinage serré modélisé par N spires circulaires de rayon a et parcourues par un courant d'intensité I.

Les extrémités du solénoïde sont vues à partir d'un point M de son axe sous des angles α_1 et α_2 (orientés positivement dans le sens indiqué sur la figure).



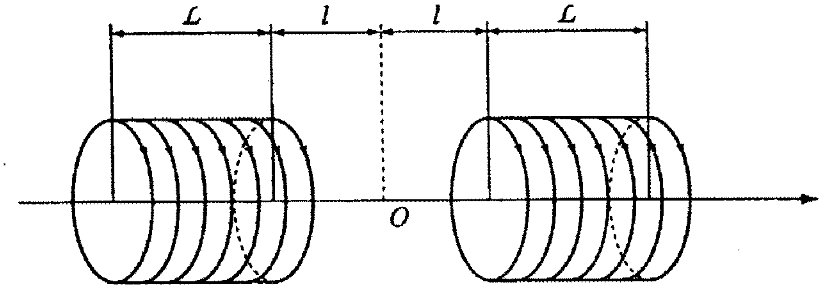
On rappelle que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par le solénoïde au point M est donné par l'expression

$$\vec{B}(M) = \frac{B_i}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,\vec{u_x}$$

où $\vec{u_x}$ est le vecteur unitaire de l'axe Ox.

I.1.a) A quelle limite, à justifier, correspond B_i ? Donner, sans calcul, l'expression de B_i en fonction de la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} et des données de l'énoncé.

Un système (S) est constitué de l'association de deux solénoïdes identiques au précédent et coaxiaux ; leurs faces en regard sont distantes de $2l$. Ils sont montés en série de telle sorte que le courant d'alimentation d'intensité I y circule dans le même sens.



(S)

I.1.b) Montrer que le champ au centre O du système (S) peut, en module, se mettre sous la forme

$$B = kI$$

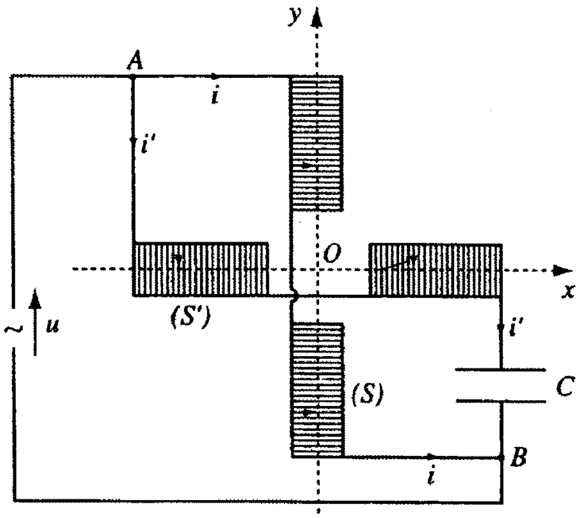
où k est un coefficient à exprimer en fonction des caractéristiques géométriques du système.

Applications numériques. Calculer k pour L = 7 cm ; l = 5 cm ; a = 3 cm ; N = 800.

En déduire la valeur de B lorsque I = 4 A.

I.2. Production d'un champ tournant

On met en place deux systèmes (S) et (S') identiques au précédent selon la disposition de la figure ci-dessous : les axes Oy de (S) et Ox de (S') sont orthogonaux et se coupent en O , milieu commun. Chaque système a une résistance électrique totale R et une inductance totale L.



Entre les points A et B sont branchés en parallèle :
- un générateur de tension de force électromotrice sinusoïdale : $u(t) = U\sqrt{2}\cos \omega_0 t$
- le système (S)
- le système (S') monté en série avec un condensateur de capacité C.

I.2.a) A tension $u(t)$ donnée, prévoir qualitativement le rôle de la capacité C sur le courant $i'(t)$ dans (S') par rapport au courant $i(t)$ dans (S). Comment évolue au point O l'extrémité du champ magnétique total dans le plan xOy ?

I.2.b) Déterminer, en utilisant la méthode complexe (grandeurs à souligner), les intensités instantanées réelles $i(t)$ et $i'(t)$ sous la forme :

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega_0 t - \varphi) \quad \text{et} \quad i'(t) = I'\sqrt{2}\cos(\omega_0 t - \varphi')$$

et donner les expressions des intensités efficaces I et I' ainsi que de $\tan\varphi$ et $\tan\varphi'$.

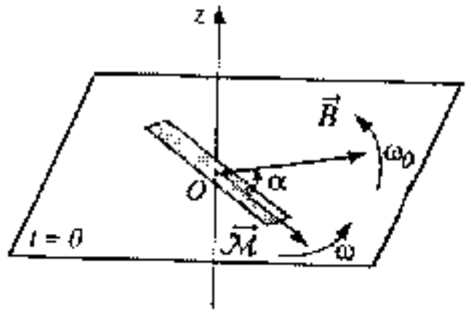
I.2.c) En supposant R et ω_0 imposées, exprimer L et C (en fonction de R et ω_0) pour satisfaire la double condition : $I = I'$ et $\varphi = \varphi' - \pi/2$.
Que valent dans ces conditions I , I' (en fonction de U et R), φ et φ' ? Peut-on alors préciser la réponse à la question **I.2.a)** ?

I.2.d) Application numérique. Calculer L et C sachant que $R = 25{,}1\ \Omega$ et $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = 50$ Hz ; que valent alors numériquement I et I' sachant qu'en plus $U = 110$ V ?

I.2.e) Déterminer dans les conditions du **I.2.c)** le vecteur représentant le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ au point O en notant B_0 son module (à exprimer en fonction de k, U et R) et $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$, les vecteurs unitaires des deux axes.
A quelle fréquence ce champ tourne-t-il dans le plan xOy ?
Quelle est la valeur numérique de B_0 avec les conditions précédentes ?

I.3. Entraînement de la pièce mobile :

Le montage précédent de bobines parcourues par des courants alternatifs de pulsation ω_0 produit dans un certain volume un champ magnétique $\vec{B}$ supposé uniforme, d'amplitude B_0 , qui tourne dans le plan *xOy* autour de l'axe *Oz* avec la pulsation ω_0 constante (le stator).
D'autre part, une pièce mobile autour de l'axe *Oz* (le rotor) constituée d'un petit aimant portant un moment magnétique permanent $\vec{M}$, orthogonal à *Oz*, tourne dans le plan *xOy* d'un mouvement de rotation uniforme de pulsation ω.



La valeur de l'angle ($\vec{M}$, $\vec{B}$) à l'instant initial est notée α comme indiqué sur la figure.
On note $\vec{u_z}$ le vecteur unitaire de l'axe *Oz*.

I.3.a) Calculer la valeur instantanée du couple magnétique $\vec{\Gamma}(t)$ exercé par le champ $\vec{B}$ sur la pièce mobile. En déduire sa valeur moyenne au cours du temps $<\vec{\Gamma}>$ et commenter le résultat en distinguant le cas $\omega = \omega_0$ du cas $\omega \neq \omega_0$.

I.3.b) Pour quelles valeurs de ω et α ce dispositif fonctionne-t-il en moteur ? Justifier la terminologie de « moteur synchrone » ; l'aimant suit-il ou précède-t-il alors le champ magnétique dans son mouvement ? Quelle est dans ce cas la puissance maximale P_m que peut fournir le moteur en régime permanent ? Où est précisément la source d'énergie dans ce montage ?

I.3.c) On note $\Gamma = |<\vec{\Gamma}>|$ le module de la valeur moyenne du couple magnétique, Γ_m la valeur maximale de Γ et $\Gamma_u \leq \Gamma_m$ le couple utile fourni par le moteur en régime permanent.
Tracer le graphe $\Gamma(\alpha)$ pour les valeurs de α correspondant à un dispositif fonctionnant en moteur.
Quelle relation lie Γ et Γ_u en régime permanent de fonctionnement du moteur ? Que constate-t-on alors graphiquement pour une valeur donnée de Γ_u ?

I.3.d) Enoncer le critère de stabilité de fonctionnement du moteur en régime permanent (lorsque par exemple celui-ci prend accidentellement de l'avance ou du retard sur son régime permanent), puis déterminer qualitativement à partir du graphe $\Gamma(\alpha)$ le domaine de α correspondant à un régime stable.

I.3.e) Ce type de moteur peut-il démarrer seul ? Expliquer.