



CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PC

PHYSIQUE 1

DURÉE: 4 heures

L'utilisation des calculatrices est autorisée - Les deux problèmes sont indépendants

PROBLEME I - FORMATION DE NEIGE ARTIFICIELLE

Certains hivers, il faut améliorer l'enneigement des pistes de ski en utilisant de la neige artificielle. Elle est produite à l'aide de canons à neige. La qualité de la neige produite dépend principalement des conditions atmosphériques et de la façon dont sont générées les gouttes d'eau à l'intérieur du canon. On se propose ici de traiter quelques points relatifs à la thermodynamique et aux transferts thermiques mis en jeu lors de la production de neige artificielle.

Quelques données thermodynamiques de l'eau sont disponibles à la fin de l'énoncé.

I- Changement de phase solide-liquide des corps

I- 1. D'après le diagramme présenté sur la figure 1 :

- Situer les zones solide, liquide, et vapeur.
- Définir les points X et Y et décrire brièvement ce qui s'y passe.
- Comment s'appellent les courbes sY, Yf et XY ?

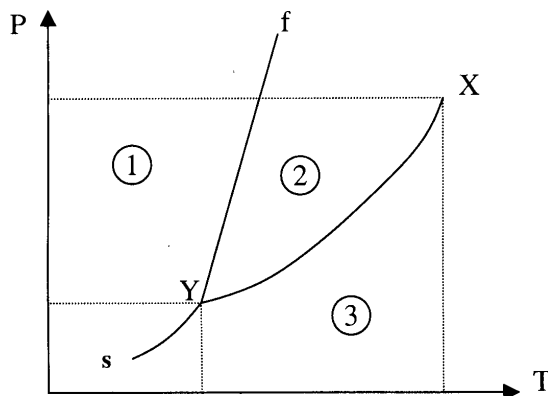


Figure 1

On appelle chaleur latente massique de transition de phase, de la phase 1 vers la phase 2, le transfert thermique L_{12} nécessaire pour réaliser de façon réversible à la température T sous la pression P , la transition de l'unité de masse d'un corps pur, tel que : $L_{12} = h_2 - h_1$ où h_1 et h_2 sont les enthalpies massiques des phases 1 et 2.

1- 2. Montrer que la transition de phase est associée à une discontinuité de l'entropie telle que

$$L_{12} = T\Delta s = T(s_2 - s_1)$$

où s_1 et s_2 sont les entropies massiques respectives des phases 1 et 2 et T la température de changement de phase à la pression P .

1- 3. Montrer que le changement de phase réversible d'un corps pur se fait à enthalpie libre constante.

1- 4. En déduire la relation de Clapeyron qui donne au point (P_0, T_0) la pente de la courbe de changement de phase dans un diagramme (P, T) en fonction de L_{12} , T_0 et des volumes massiques v_1 et v_2 des phases 1 et 2.

1- 5. Calculer la pente de la courbe d'équilibre solide-liquide de l'eau dans un diagramme (P, T) à $T = 0^\circ\text{C}$. On donne d la densité de la glace: $d = 0,917$. Pourquoi le diagramme de la figure 1 n'est-il pas celui de l'eau ?

1- 6. Donner l'équation de la courbe d'équilibre solide-liquide de l'eau assimilée à une droite.

1- 7. On considère l'échauffement isobare de la glace prise à $T = -5^\circ\text{C}$ sous 500 bars. Quelle est la température de changement de phase de la glace ? Que se passe-t-il si l'échauffement a lieu à une pression inférieure à P_{tr} ?

1- 8. Soient $g_l(T)$ l'enthalpie libre massique de l'eau liquide et $g_s(T)$ l'enthalpie libre massique de l'eau solide calculées à pression constante. Leurs variations en fonction de la température au voisinage de la température de changement de phase T_f sont représentées sur la figure 2. Montrer que l'entropie diminue lorsque le degré d'organisation de la matière augmente.

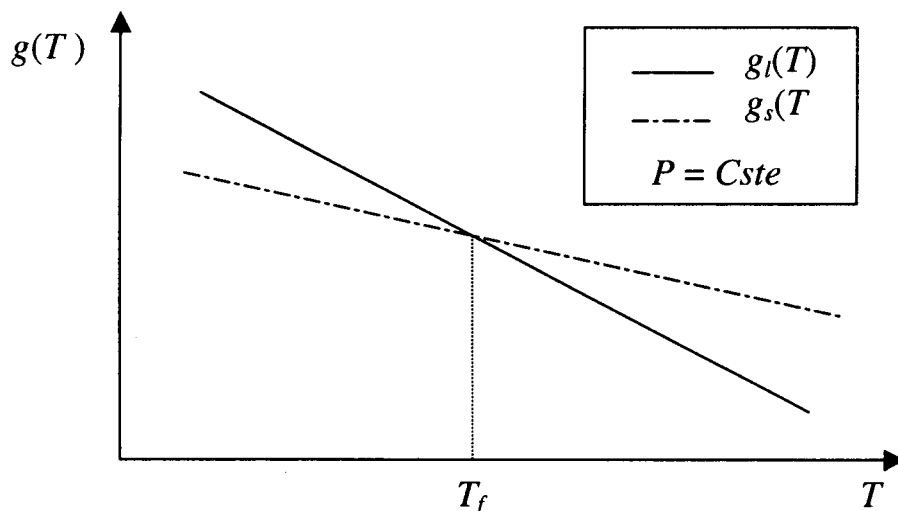


Figure 2 : variations en fonction de la température, au voisinage de la température de changement de phase T_f , des enthalpies libres massiques des phases liquide et solide

1- 9. Qu'appelle-t-on surfusion ?

II- Germination: Modèle de Volmer

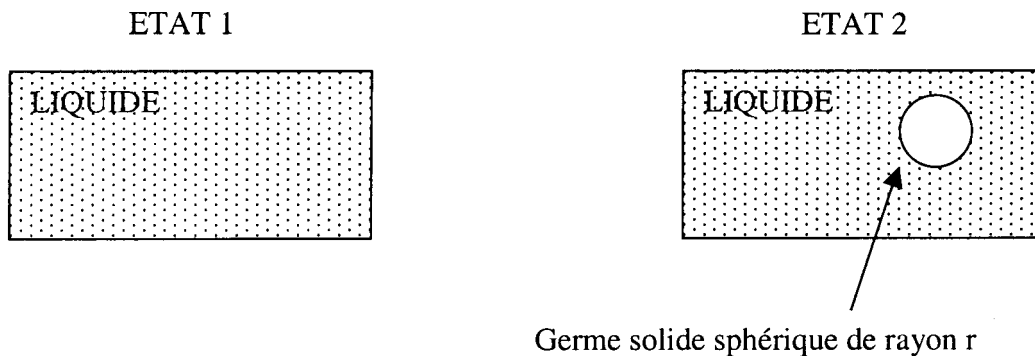
Le processus de changement de phase liquide-solide repose sur le concept de germination. La germination est définie comme la formation d'une nouvelle phase dans une région distincte séparée de ce qui l'entoure par une

limite bien définie : l'interface liquide-solide. L'énergie interfaciale σ ($N \cdot m^{-1}$), à la température T et à la pression P est définie à partir du travail δW qu'il est nécessaire de fournir au système pour former une interface d'aire dA

$$\delta W = \sigma dA$$

Ainsi, la prise en compte d'une interface d'aire A entre deux phases, revient à ajouter le terme σA à l'enthalpie libre.

En évaluant la variation d'enthalpie libre associée à la formation d'un germe sphérique solide dans un volume donné de liquide, le modèle de VOLMER montre que le changement de phase liquide-solide des corps purs ne peut avoir lieu que si la température du système est inférieure à la température thermodynamique de changement de phase à la pression considérée.



Soit m la masse totale du système dans l'état 1 et 2, et v_s le volume massique de la phase solide contenue dans le germe sphérique de rayon r du système dans l'état 2.

II. 1- Calculer l'enthalpie libre G_1 du système dans l'état 1.

II. 2- Calculer en fonction des enthalpies libres massiques g_l du liquide et g_s du solide, de σ , v_s , m et r l'enthalpie libre G_2 du système dans l'état 2.

II. 3- En déduire la variation d'enthalpie libre ΔG_{12} correspondant au passage du système de l'état 1 à l'état 2.

II. 4- Donner l'allure de $\Delta G_{12}(r)$ pour $T = T_f$ et $T < T_f$. Montrer que l'état 2 ne peut être stable que si $T < T_f$ et que la nouvelle phase ne peut continuer à se développer que si le rayon du germe est supérieur à une valeur minimale $r_{critique}$ que l'on calculera en fonction de g_l , g_s , σ et v_s .

II. 5- En utilisant les données de la figure 2, montrer que la germination est d'autant plus facile que la surfusion est importante.

III- Fabrication de neige artificielle - Canon à neige

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant, à l'aide de canons à neige, de fines gouttes d'eau liquide à $T_i = 10^\circ C$ dans l'air ambiant à la température $T_e = -15^\circ C$. On propose de calculer le temps mis par une goutte d'eau pour passer de l'état liquide à l'état solide. On suppose que la goutte d'eau est sphérique de rayon $R = 0,2 mm$ et que sa température à tout instant est uniforme. A l'interface eau-air, le flux thermique $d\Phi$ à travers une surface dS dans le sens de la normale extérieure \vec{n} est donnée par la loi des transferts convecto-diffusifs

$$d\Phi = h [T(t) - T_e] dS$$

où $T(t)$ est la température de la goutte, supposée uniforme, à l'instant t . h est une constante que l'on prendra égale à $h = 65 W \cdot m^{-2} K^{-1}$.

III- 1. En utilisant le premier principe de la thermodynamique, en supposant la goutte indéformable, en équilibre mécanique avec le milieu ambiant, établir que l'équation qui régit la variation temporelle de la température $T(t)$ de la goutte d'eau liquide est

$$\rho c_l R \frac{dT}{dt} = -3h[T(t) - T_e]$$

où c_l est la capacité thermique massique de l'eau liquide et ρ sa masse volumique supposée constante.

III- 2. Montrer que la variation temporelle de la température de la goutte liquide est régie par

$$\frac{T(t) - T_e}{T_i - T_e} = e^{-t/\tau}$$

Exprimer τ en fonction de h , ρ , c_l et R . Calculer le temps t_o mis par la goutte d'eau liquide pour atteindre la température de surfusion $T(t_o) = -5^\circ\text{C}$.

III- 3. Lorsque la goutte atteint la température de -5°C , il y a rupture de la surfusion : la température est alors égale à 0°C et la goutte est partiellement solidifiée. Calculer la fraction x de liquide restant à solidifier après la rupture de la surfusion. On admettra pour cela la transformation adiabatique car très rapide. On néglige également la variation de volume due au changement de masse volumique.

III- 4. Calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de l'eau liquide.

III- 5. A son arrivée au sol, le rayon de la goutte solide est inférieur à celui de la goutte liquide injectée par le canon à neige (on néglige la variation de masse volumique avec la température) : la glace s'est sublimée. Quel est le mécanisme physique responsable de cette sublimation ?

Quelques données thermodynamiques de l'eau

Point triple : $T_{tr} = 0,01^\circ\text{C}$
 $P_{tr} = 0,6113 \text{ kPa}$

Point critique : $P_c = 22,09 \text{ MPa}$
 $T_c = 374,14^\circ\text{C}$

Chaleur latente de changement de phase solide-liquide ($P = 10^5 \text{ Pa}$)

$$L_f(273\text{K}) = 333 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Capacité thermique massique (à 0°C) : de l'eau liquide : $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 de l'eau solide : $c_s = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$