PHYSIQUE I

Sur le thème de la **physique des jouets**, cette épreuve est constituée de deux problèmes indépendants. Le sujet comprend un certain nombre de questions qualitatives, auxquelles on s'efforcera de répondre avec concision : quelques lignes suffisent en général. Dans tout le problème le champ de pesanteur est uniforme avec $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Partie I - Étude thermodynamique d'un jouet : l'oiseau buveur

Description : le corps de l'oiseau est un tube cylindrique fin de longueur L relié à deux réservoirs sphériques identiques, l'ensemble étant hermétiquement clos. Le tube ouvre directement sur le réservoir supérieur alors qu'il plonge presque jusqu'au fond du réservoir inférieur (cf. figure **1a**). L'oiseau peut tourner autour d'une liaison pivot d'axe horizontal Ox. Il est rempli de dichlorométhane pur sous deux phases, liquide et vapeur. Le bec de l'oiseau, au contact de l'atmosphère, est recouvert d'une couche de feutre, qu'on peut imbiber d'eau liquide.

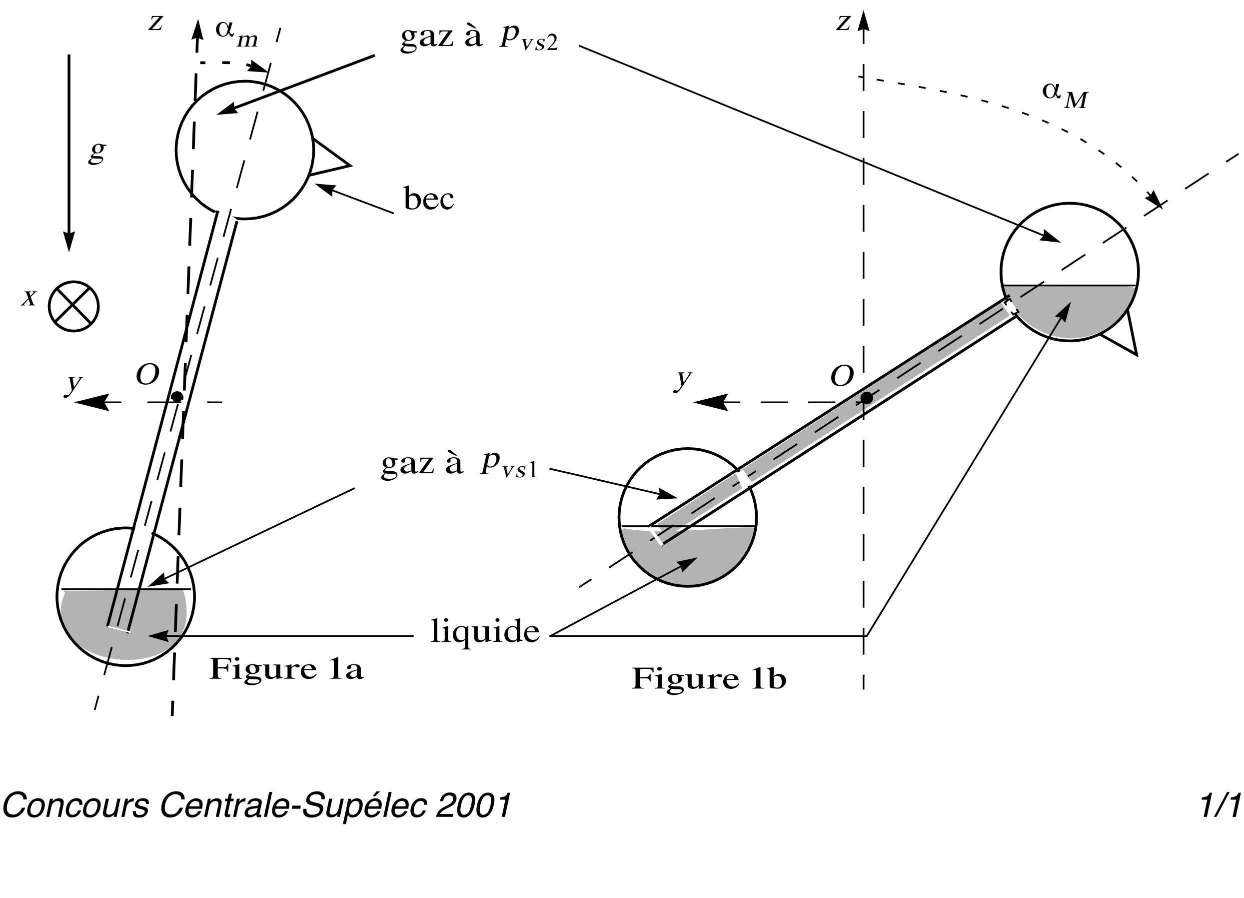

Figure 1a **Figure 1b**

Filière PC

Observations : si on mouille le bec de l'oiseau avant de l'abandonner sans vitesse initiale, l'oiseau se met après un régime transitoire à osciller périodiquement entre $\alpha_m = 0,1\ \mathrm{rad}$ et $\alpha_M = 1,1\ \mathrm{rad}$. Au début d'une période, la phase liquide est entièrement contenue dans le réservoir du bas (cf. figure **1a**) de telle sorte que le tube plonge dans le liquide ; le niveau du liquide monte dans le tube, déplaçant ainsi le centre de gravité de l'oiseau, ce qui engendre sa rotation progressive de α_m à α_M. Puis, lorsque l'oiseau atteint α_M, le fond du tube se trouve découvert (cf. figure **1b**) et laisse passer une bulle de vapeur du bas vers le haut ; le liquide reflue alors du haut vers le bas, le réservoir du haut se vide et l'oiseau revient dans sa position initiale α_m, tout le liquide se trouvant de nouveau en bas. Le cycle peut alors reprendre et se poursuit tant que le feutre est humide. Il est possible d'assurer la pérennité des oscillations en s'arrangeant pour que l'oiseau trempe son bec dans un verre à chaque fois que $\alpha = \alpha_M$, d'où le nom du dispositif.

I.A - Pourquoi le dichlorométhane monte-t-il dans le tube ?

I.A.1) On rappelle la formule de Clapeyron reliant l'enthalpie massique de vaporisation l_v du dichlorométhane, et la pente dp_{vs}/dT de la courbe de pression de vapeur saturante :

$$l_v = T(v_V - v_L)\frac{dp_{vs}}{dT}.$$

a) Que représentent v_V et v_L dans cette formule ? Dans la suite, on traite la vapeur comme un gaz parfait de masse molaire M et on suppose que $v_L \ll v_V$. Faut-il être près ou loin du point critique pour valider cette approximation ?

b) Exprimer la pente dp_{vs}/dT au voisinage de T_0 en fonction de l_v, R, T_0, $p_{vs}(T_0)$, M, puis la calculer numériquement pour

$$l_v = 406\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}},\ M = 85\times 10^{-3}\mathrm{kg\cdot mol^{-1}},\ R = 8,31\ \mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}},$$

$$T_0 = 293\ \mathrm{K}\ \text{et}\ p_{vs}(T_0) = 4,1\times 10^{4}\ \mathrm{Pa}.$$

I.A.2) Dans cette question on suppose pour simplifier que le tube est fixe et vertical. Du fait de l'évaporation de l'eau sur le feutre, le récipient du haut est à une température $T_0 - \theta$ légèrement inférieure à la température $T_0 = 293\ \mathrm{K}$ du récipient du bas. Le liquide monte dans le tube jusqu'à une hauteur d'équilibre h_{eq}.

On suppose pour simplifier que le niveau de la surface libre dans le réservoir du bas reste quasiment constant car le tube est très fin (cf. figure 2).

a) Établir l'expression de h_{eq} en fonction de θ, g, de la masse volumique $\mu = 1,3 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ du dichlorométhane liquide et de la pente dp_{vs}/dT évaluée en I.A.1b.

b) Calculer la valeur numérique de θ nécessaire pour que le dichlorométhane atteigne le réservoir du haut c'est-à-dire pour que h_{eq} soit supérieur à la longueur $L = 3\ \mathrm{cm}$ du tube. Dans la suite, on adopte la valeur $\theta = 0,4\ \mathrm{K}$ qui donne de la marge.

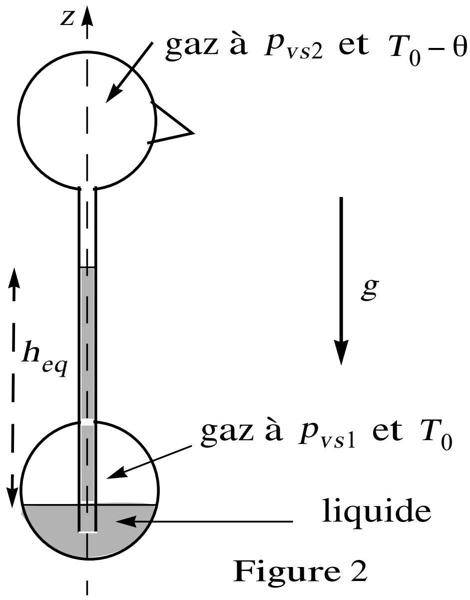

Figure 2

I.B - Pourquoi le récipient supérieur reste-t-il froid ?

On envisage le système fermé constitué initialement de l'oiseau et de l'eau liquide qui imbibe son bec au début d'une phase d'ascension. À la fin de l'ascension, un volume $\Delta V_f = 0,1\ \mathrm{cm^3}$ de dichlorométhane liquide est monté dans le récipient supérieur, sa température diminuant de $\theta = 0,4\ \mathrm{K}$ et une masse Δm_e d'eau liquide est passée à l'état de vapeur dans l'atmosphère qui impose sa pression constante p. On suppose que le reste du système n'a pas évolué. On rappelle la valeur $L = 3\ \mathrm{cm}$ de la longueur du tube.

I.B.1) Exprimer la variation d'enthalpie ΔH du système en fonction de ΔV_f, Δm_e, θ, de l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau $l_{ve} = 2,6 \times 10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$, de la masse volumique $\mu = 1,3 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ du dichlorométhane liquide et de sa capacité thermique massique $c_p = 1,0 \times 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

I.B.2) On néglige les échanges thermiques avec l'extérieur et le travail du poids. On admet que l'évaporation de l'eau équivaut à une évolution à la pression constante p imposée par l'atmosphère. Justifier que $\Delta H = 0$. En déduire la valeur numérique de Δm_e,ainsi que le volume ΔV_e d'eau liquide correspondant. Commenter, sachant que la surface du feutre imbibé vaut $S \approx 1\ \mathrm{cm^2}$. Dans la suite on adopte la valeur $\Delta m_e = 10^{-7}\ \mathrm{kg}$, ce qui donne de la marge.

I.B.3) Évaluer l'ordre de grandeur du travail de pesanteur et justifier qu'on peut effectivement le négliger.

I.C - Pourquoi l'eau s'évapore-t-elle sur le feutre ?

L'eau se répartit entre la phase liquide qui imbibe le bec en feutre et la phase gazeuse où elle constitue un mélange idéal de gaz parfaits avec l'air. On admet que l'enthalpie libre totale du système fermé constitué de l'eau répartie entre les deux phases et de l'air dans la phase gazeuse s'écrit :

$$G = G^\circ(T) + n_a R T\left(x \ln\left(\frac{xp}{p_{vse}}\right) - x\right)$$

où n_a est le nombre de moles d'air supposé constant, x la fraction molaire en vapeur d'eau dans la phase gazeuse, p_{vse} la pression de vapeur saturante de l'eau à la température T et p la pression atmosphérique.

I.C.1) On admet que G est le potentiel thermodynamique à pression et température fixées. Rappeler ce que cela signifie.

I.C.2) Étudier les variations de $G(x)$ et tracer l'allure de son graphe pour $0 \le x \le 1$. Sachant que $p = 1,0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$ et $p_{vse} = 2,5 \times 10^3\ \mathrm{Pa}$, en déduire la valeur numérique de x à l'équilibre. L'équilibre est-il stable ?

I.C.3) À quelle condition numérique sur x l'eau qui imbibe le feutre du bec peut-elle s'évaporer dans l'air ?

I.C.4) Si on enferme l'oiseau sous une cloche hermétique, on constate que l'oiseau finit par cesser d'osciller, bien que son bec soit encore mouillé. Interpréter.

I.D - L'oiseau buveur vu comme un moteur ditherme

On assimile l'oiseau à une machine ditherme où le dichlorométhane évolue de manière cyclique au contact d'une source chaude (l'atmosphère à $T_0 = 293\ \mathrm{K}$ au niveau du récipient inférieur) et d'une source froide (l'eau imbibant le feutre à $T_0 - \theta$ avec $\theta = 0,4\ \mathrm{K}$).

I.D.1) Justifier brièvement que le travail de pesanteur sur un cycle est nul.

I.D.2) Il existe des forces de frottements solide subies par l'oiseau, dont on se propose d'évaluer le travail W pour un cycle. L'axe de l'oiseau, assimilé à un cylindre de rayon $r = 1\ \mathrm{mm}$ est posé sur une gouttière (G) en U fixe, de telle sorte que le contact se fasse le long des droites Ax et Bx sans frottement et le long de la droite Cx avec un coefficient de frottement de glissement $f = 0,1$ (cf. figure 3).Compte tenu de l'invariance par translation le long de $\vec{u}_x$ les actions de contact sont équivalentes à trois forces $\vec{R}_A$, $\vec{R}_B$ et $\vec{R}_C = F\vec{u}_y + N\vec{u}_z$

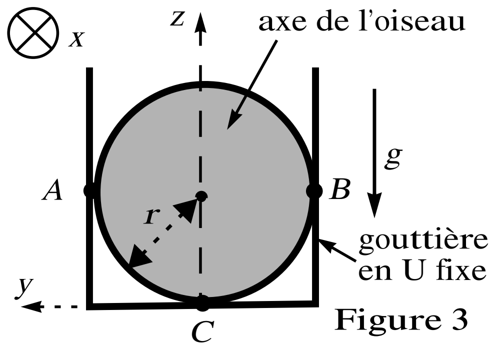

Figure 3

appliquées respectivement en A, B et C ; on admet de plus que $N = mg$ où $m = 0,1\ \mathrm{kg}$ est la masse de l'oiseau.

a) Exprimer $|F|$ en fonction des données et préciser le signe de F selon que α croît ou décroît.

b) Tracer le graphe du moment total $\mathcal{M}$ des actions exercées par le support sur l'oiseau par rapport à l'axe Ox en fonction de α pour un cycle complet de fonctionnement entre $\alpha_m = 0,1\ \mathrm{rad}$ et $\alpha_M = 1,1\ \mathrm{rad}$.

c) En déduire la valeur numérique du travail W et commenter son signe.

I.D.3) Dans la suite, on envisage un oiseau idéalisé, pour lequel on aurait réussi à supprimer les frottements et à récupérer intégralement le travail W calculé en I.D.2.c). Au cours d'un cycle, le dichlorométhane « reçoit » de la source froide une chaleur Q_F et la source froide maintient sa température constante en évaporant réversiblement une masse $\Delta m_e = 10^{-7}\ \mathrm{kg}$ d'eau à pression constante, de telle sorte que $Q_F = -\Delta m_e l_{ve}$ où $l_{ve} = 2600\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$ est l'enthalpie de vaporisation de l'eau. En déduire numériquement la chaleur Q_C fournie par la source chaude au dichlorométhane à chaque cycle, puis la valeur numérique du rendement thermodynamique ρ de ce moteur ditherme.

I.D.4) Donner sans justification l'expression du rendement de Carnot ρ_C en fonction de T_0 et θ, puis le calculer numériquement. Commenter.

I.D.5) Évaluer numériquement l'entropie créée S_c au sein de la machine pour un cycle. Commenter.