

II.C.7) L'avalanche ayant atteint sa vitesse limite  $v_l$  rencontre un brusque changement de pente, dont l'angle avec l'horizontale passe d'une valeur  $\alpha$  à une autre valeur  $\alpha'$ . La vitesse limite va prendre, après une certaine distance de transition, une nouvelle valeur  $v'_l$ . On suppose que la largeur  $L$  de l'avalanche reste la même, l'épaisseur  $d$  pouvant par contre être modifiée. En admettant que le débit volumique de neige est le même de part et d'autre de ce changement de pente, démontrer la loi d'invariance :

$$\frac{v_l^3}{\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha} = \frac{v'_l{}^3}{\sin \alpha' - \mu_d \cos \alpha'} \quad (6)$$

$v_l$  et  $v'_l$  désignant respectivement la vitesse de l'avalanche avant et après la rupture de pente.

II.C.8) *Application numérique* : l'angle  $\alpha$  passe de  $35^\circ$  à  $30^\circ$ . De quel pourcentage la vitesse est-elle réduite ?

### *Partie III - Appareil de recherche des victimes d'avalanche*

Les chances de survie d'une personne accidentellement ensevelie par une avalanche dépendent de façon cruciale du temps mis par les sauveteurs pour la retrouver sous la couche neigeuse. Pour cette raison, des appareils de recherche des victimes d'avalanche (ARVA) ont été mis au point depuis les années 90. La victime étant équipée d'un émetteur portable d'ondes hertziennes, un sauveteur muni d'un récepteur peut rapidement la localiser. Cette partie aborde le principe d'utilisation de ces dispositifs.

En notant  $(r, \theta, \varphi)$  les coordonnées sphériques usuelles et  $(\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\varphi)$  les vecteurs de la base locale associée, on a

$$\mathbf{grad} f(r, \theta, \varphi) = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi.$$

La célérité des ondes électromagnétiques dans le vide est  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

#### **III.A - Champ rayonné par une petite antenne**

Dans les questions suivantes, on demande de préciser 4 conditions successives justifiant certains calculs approchés. Elles seront désignées par  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$ . Vous les présenterez sous la forme  $x \ll y$ ,  $x$  et  $y$  étant deux grandeurs physiques. Par exemple la condition  $C_0$  s'écrit  $m_{\text{antenne}} \ll m_{\text{victime}}$ .

III.A.1) On considère un dipôle électrique statique de moment dipolaire constant  $\mathbf{p} = p_0 \mathbf{u}_z$  et d'extension spatiale  $a$  placé à l'origine  $O$  des coordonnées. Le

potentiel électrostatique qu'il produit en un point  $M$  de l'espace, repéré par  $r = OM$  et  $\theta = (\mathbf{u}_z, \widehat{OM})$  est donné par :

$$V_0(M) = \frac{p_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Préciser la condition  $C_1$  qui permet d'obtenir ce résultat approché. Donner l'expression du champ électrique  $\mathbf{E}_0(M)$  correspondant.

III.A.2) Déterminer l'équation polaire des lignes de champ sous la forme  $r = f(\theta)$ . Ces courbes sont représentées sur la figure 7 de l'annexe. La compléter en traçant l'allure de 3 lignes équipotentielles et en représentant par une flèche le vecteur moment dipolaire  $\mathbf{p}_0$ .

III.A.3) Déterminer de même l'équation polaire des lignes de niveau de  $\|\mathbf{E}_0\|$ , c'est-à-dire des courbes sur lesquelles le champ électrique garde, en norme, une valeur constante. Ces courbes sont représentées sur la figure 8 avec la même orientation de  $\mathbf{p}_0$ .

III.A.4) L'antenne portée par la victime, dont la dimension  $a$  est de l'ordre du centimètre, se trouve à l'origine  $O$  des coordonnées, orientée parallèlement à  $\mathbf{u}_z$ . Elle est parcourue par des courants de fréquence  $f = 457$  kHz. Déterminer numériquement la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement qu'elle émet.

III.A.5) Le champ magnétique rayonné par l'antenne est donné par

$$\mathbf{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi} \left[ \frac{\dot{\mathbf{p}}(t-r/c)}{rc} + \frac{\ddot{\mathbf{p}}(t-r/c)}{r^2} \right] \mathbf{u}_\varphi \quad (7)$$

où  $\mathbf{p} = p(t)\mathbf{u}_z$  est le moment dipolaire de l'antenne. Outre la condition  $C_1$ , ce résultat suppose que l'on traite toute l'antenne comme un dipôle unique. Plus explicitement, cette expression néglige les déphasages entre les ondelettes émises par les différents points de l'antenne vers le point  $M$ . À quelle condition  $C_2$  cela est-il valable ?

III.A.6) Le champ électrique  $\mathbf{E}(M, t)$  rayonné par l'antenne est alors donné par :

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ 2 \cos \theta \left( \frac{\dot{\mathbf{p}}}{r^2 c} + \frac{\mathbf{p}}{r^3} \right) \vec{\mathbf{u}}_r + \sin \theta \left( \frac{\ddot{\mathbf{p}}}{r c^2} + \frac{\dot{\mathbf{p}}}{r^2 c} + \frac{\mathbf{p}}{r^3} \right) \vec{\mathbf{u}}_\theta \right]$$

Expliciter sans calculs le raisonnement conduisant à cette expression.

Les lignes de champ correspondantes sont représentées, à un instant donné, sur la figure 9. La compléter en représentant par une flèche le vecteur moment dipolaire  $\mathbf{p}$ .

III.A.7) Dans quelle partie de l'espace, appelée zone statique,  $\mathbf{E}(M, t)$  s'identifie-t-il à chaque instant au champ électrostatique qui serait créé par le dipôle

permanent de moment  $p(t)$  ? Écrire en la justifiant la condition  $C_3$  qui définit cette région.

III.A.8) Définir par une condition  $C_4$  la zone dite de rayonnement. Donner l'expression simplifiée de  $\mathbf{E}$  dans ce cas.

### III.B - Localisation de la victime

III.B.1) Le sauveteur est muni d'une antenne réceptrice reliée à un système audio. Il détecte le signal émis par l'appareil de la victime. À sa recherche, il parcourt quelques dizaines de mètres autour de  $O$ . Discuter numériquement la validité de chacune des conditions  $C_1$  à  $C_4$ . Le sauveteur se trouve-t-il dans la zone de rayonnement de l'antenne ou dans la zone statique ?

Les questions suivantes présentent deux méthodes utilisables par le sauveteur pour localiser la victime. Elles appellent des constructions graphiques que vous rendrez sur le document réponse. Le sauveteur en déplacement sur la pente neigeuse sera représenté par un point décrivant une courbe dans le plan de la figure. On suppose que l'antenne émettrice de la victime est parallèle à la surface du sol et enfouie à faible profondeur. Les figures 7, 8 et 9 sont alors tracées dans le plan de la surface neigeuse sur laquelle se déplace le sauveteur.

III.B.2) *Recherche directionnelle* : la direction dans laquelle pointe l'antenne réceptrice du sauveteur est repérée par un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  contenu dans le plan de la figure et le signal perçu est proportionnel à la valeur efficace de  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{u}$ . Immobilisé en un point, le sauveteur fait tourner son récepteur jusqu'à percevoir un signal maximal, puis avance de quelques pas dans la direction de l'antenne. Il s'arrête alors et réitère cette opération jusqu'à se trouver tout près de la victime. Le long de quelle courbe se déplace-t-il approximativement ? Partant de l'un des points  $A_0$ ,  $B_0$  ou  $C_0$  placé sur les figures 7, 8 et 9 (à vous de choisir le point le plus approprié), tracer le chemin suivi par le sauveteur jusqu'à la victime.

III.B.3) *Recherche en croix* : dans cette méthode, l'orientation du récepteur n'est pas aussi fondamentale. Seules sont pertinentes les variations du signal lors du déplacement du sauveteur. Pour simplifier, nous supposons donc que ce signal est fonction uniquement de  $\|\mathbf{E}\|$ .

Partant d'un point  $M_0$  le sauveteur marche en ligne droite en écoutant croître le signal. Il s'arrête au point  $M_1$  où le signal atteint sa valeur maximale. Là, il part dans la direction orthogonale produisant une augmentation du signal pour atteindre un nouveau maximum en  $M_2$ . Il réitère ce processus jusqu'à se trouver tout près de la victime.

En choisissant pour  $M_0$  l'un des points  $A_0$ ,  $B_0$  ou  $C_0$  (à vous de choisir à nouveau le plus approprié) et démarrant dans la direction définie par le vecteur de

la figure 10, tracer le chemin suivi par le sauveteur. On pourra considérer que la victime est atteinte après 2 ou 3 itérations.

III.B.4) En pratique, la recherche en croix peut s'avérer plus complexe que dans le cas simple décrit ci-dessus. Dans le cas particulier d'une antenne émettrice enfouie profondément et normale à la surface de la neige, l'antenne réceptrice étant tangente au champ neigeux, que dire du signal reçu quand le sauveteur arrive au-dessus de la victime ?

---

••• FIN •••

---