ESM

SESSION DE 1995

Options M et P'

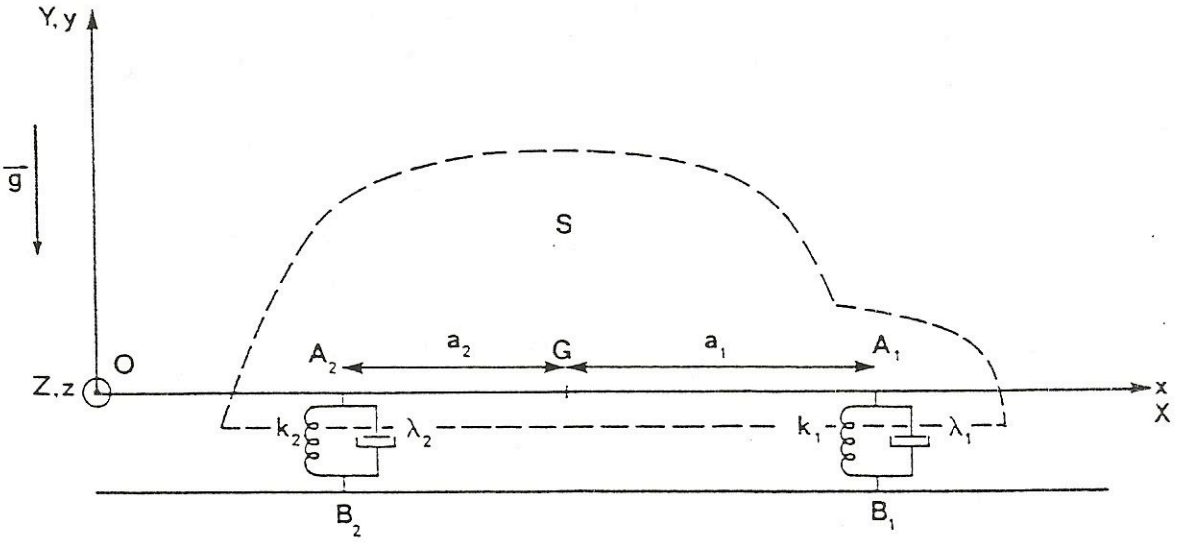
ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

DURÉE : 4 heures

Cette épreuve comporte deux problèmes indépendants qui peuvent être abordés dans un ordre quelconque.

PREMIER PROBLÈME

ÉTUDE D'UNE SUSPENSION AUTOMOBILE TRADITIONNELLE



Le repère $R(O, x, y, z)$ est galiléen.

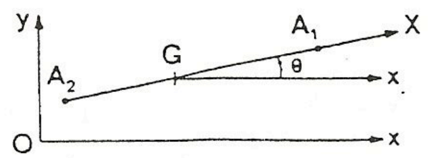
Le châssis S de l'auto est considéré comme un solide qui conserve le plan $z = 0$ comme plan de symétrie.

Son centre d'inertie G est sur l'axe Ox à l'arrêt de S.

Le repère lié au châssis $R'(G, X, Y, Z)$ a comme origine G. L'axe GZ restera parallèle à l'axe Oz. L'axe GX coïncide avec l'axe Ox quand S est au repos.

Soient M la masse de S, et I son moment d'inertie par rapport à l'axe GZ.

Le mouvement du châssis S est décrit par les coordonnées de G $[x(t), \ y(t), 0]$ et par l'angle $\theta = (\overline{Gx}, \ \overline{GX})$.



Tournez la page S.V.P.

On étudie seulement le mouvement de S tel que $\dot{x}$ soit constant sur un sol horizontal.

La suspension de S est assimilée à deux ensembles ressort-amortisseur visqueux de masse négligeable, supposés verticaux.

Les éléments avant et arrière sont affectés respectivement des indices 1 et 2.

La force $\overrightarrow{F_i}$ appliquée à S en A_i est <u>verticale</u> ; on a : $F_{iy} = N_i - k_i y_i - \lambda_i \dfrac{dy_i}{dt}$, y_i étant l'ordonnée de A_i, avec $y_i = 0$ à l'équilibre ; N_i, k_i, λ_i sont des constantes.

On supposera toujours y, y_1, y_2, θ, $\dot{y}$, $\dot{y}_1$, $\dot{y}_2$, $\dot{\theta}$, $\ddot{y}$, $\ddot{y}_1$, $\ddot{y}_2$, $\ddot{\theta}$ des infiniment petits de même ordre.

On donne $g = 9{,}81\ \mathrm{ms^{-2}}$.

1.

1.1. Exprimer y_1 et y_2 en fonction de y et θ en linéarisant $\sin\theta$.

1.2. Exprimer y et θ en fonction de y_1 et y_2.

Vis à vis des équations, le mouvement du chassis du véhicule (comme son équilibre) peut être décomposé en deux :

- mouvement d'un point matériel de masse M placé au centre de masses G et soumis à l'ensemble des forces appliquées au chassis.

- mouvement de rotation autour de l'axe z, régi par : $I\ddot{\theta}\,\vec{e}_z = \Sigma\,\overrightarrow{M}_G$ forces appliquées

2.

2.1. Calculer N_1 et N_2 à l'équilibre.

2.2. *Application numérique :*
$M = 1\,000$ kg ; $a_1 = 1{,}3$ m ; $a_2 = 1{,}7$ m.

3. Écrire les équations différentielles du mouvement vertical :

3.1. En utilisant les paramètres y_1 et y_2 ;

3.2. En utilisant les paramètres y et θ.

4. On cherche des solutions de la forme $y_1 = \underline{Y}_1 e^{j\omega t}$; $y_2 = \underline{Y}_2 e^{j\omega t}$; $\underline{Y}_1$, $\underline{Y}_2$ et ω appartenant au corps des complexes $\mathbb{C}$.

4.1. Écrire le polynôme donnant les pulsations complexes possibles, sans le développer.

4.2. Si $I = M a_1 a_2$, montrer quelle est la simplification apportée (avec $a_1 \neq a_2$).
Interpréter physiquement.

5. On cherche des solutions de la forme :

$$y = \underline{Y}\, e^{j\omega t}; \quad \theta = \underline{\theta_0}\, e^{j\omega t},$$

$\underline{Y}$, $\underline{\theta_0}$, ω appartenant au corps des complexes $\mathbb{C}$.

5.1. Écrire les deux équations homogènes vérifiées par $\underline{Y}$ et $\underline{\theta_0}$.

5.2. Montrer que les relations $a_2 k_2 = a_1 k_1$ et $a_2 \lambda_2 = a_1 \lambda_1$ font disparaître le couplage entre y et θ.

5.3. On suppose les amortissements négligeables $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ pour la suite du problème.

Écrire le polynôme donnant les pulsations propres possibles, solutions d'un régime sinusoïdal, en fonction de :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M}} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2}{I}} \quad \text{et} \quad h = \frac{a_2 k_2 - a_1 k_1}{\sqrt{IM}}.$$

5.4. Montrer que la condition $h = 0$ permet une solution double, moyennant une valeur $\dfrac{I}{M}$ que l'on donnera en fonction de a_1 et a_2.

5.5. Donner la valeur ω_0 de la solution double en fonction de ω_1 ou ω_2.

5.6. On indique $\omega_0 = 4\,\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$. Calculer littéralement et numériquement I, k_1, k_2.