

PARTIE C - MESURE DE LA VITESSE D'UN AÉRONEF : LE TUBE DE PITOT

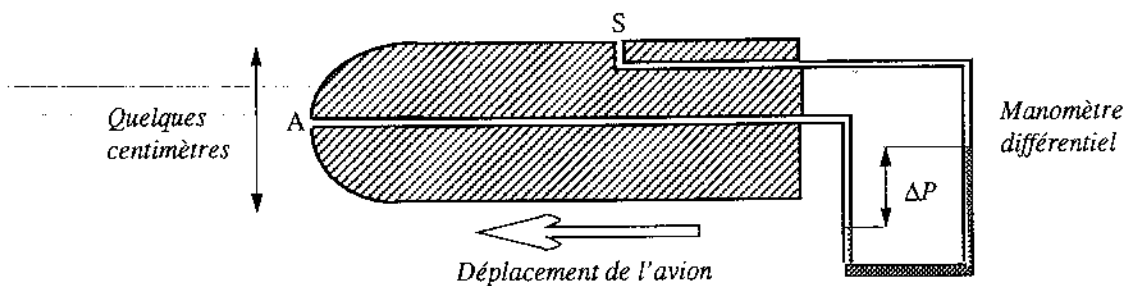
Avant l'utilisation des appareils de radiopositionnement décrits dans les parties précédentes, la navigation maritime et aérienne faisait très largement appel à la mesure de la *vitesse* du navire ou de l'avion relativement au fluide qui l'entoure. Selon le cas, le dispositif utilisé pouvait être un *loch*¹ (dans le cas de la navigation maritime) ou un *tube de Pitot* (dans le cas des aéronefs).

Pour mesurer la vitesse v_0 d'un corps mobile dans un fluide, on peut utiliser le *tube de Pitot*, qui associe une prise de pression statique à une prise de pression totale et permet de ce fait de déterminer par différence la vitesse de l'écoulement. Il s'agit d'un tube profilé aligné avec la vitesse de l'écoulement (cf. schéma ci-après). Très loin en amont de l'écoulement, le fluide au repos a une masse volumique μ_0 et sa la pression est P_0 .

L'étude est effectuée dans le référentiel où le tube est immobile. Dans ce référentiel, le point A est un *point d'arrêt* : le fluide y a une vitesse nulle. L'orifice S est suffisamment éloigné du point A pour que l'écoulement n'y soit plus perturbé : la vitesse du fluide en S est v_0 . Un manomètre différentiel mesure la différence de pression $\Delta P = P_A - P_S$. On négligera l'effet de la pesanteur à l'échelle du tube.

25. En supposant le fluide incompressible, exprimer la vitesse v_0 en fonction de ΔP et de μ_0 . Indiquez précisément les hypothèses qui justifient votre réponse.

26. Si le tube est incliné par rapport à l'écoulement, la vitesse calculée à l'aide de la relation précédente est-elle trop grande ou trop petite ? Pourquoi ? L'inclinaison du tube est-elle à votre avis un paramètre critique pour son bon fonctionnement ?



La sonde de Pitot représentée ci-dessus comprend deux têtes orientées, l'une dans la direction du mouvement (pour la pression dynamique) et l'autre perpendiculairement à cette direction (pour la pression statique). Remarquer le sens de la différence de pression. Dans d'autres réalisations, plusieurs orifices S sont régulièrement répartis sur la même section droite, circulaire, de l'appareil.

Lorsque l'écoulement a lieu dans l'air, on souhaite tenir compte du caractère compressible du fluide. On assimile l'air à un gaz parfait, de rapport $\gamma = C_p/C_v$ constant. L'évolution d'une particule de fluide au sein du gaz sera supposée adiabatique et réversible.

Discutons les conditions d'adiabaticité de l'évolution et considérons à cette fin un écoulement stationnaire et unidirectionnel d'axe x . La vitesse de l'écoulement est $u(x)$ et la température $T(x)$. On notera u_0 et T_0 les vitesse et température typiques de l'écoulement. On notera aussi L_0 la longueur typique de variation de la vitesse et de la température. Le gaz a une conductivité thermique λ , une masse volumique μ et une capacité thermique massique à volume constant C_v .

27. Expliquer pourquoi l'évolution au cours du temps de la température d'une particule de fluide s'exprime selon :

$$\frac{DT}{Dt} = u \frac{\partial T}{\partial x}$$

¹ Du néerlandais *log* « bûche » ; 1683. À l'origine, planche lestée, partiellement immergée au bout d'une ligne marquée de divisions ou comportant des nœuds. Sans rapport avec le *loch* ; « lac » écossais.

28. Évaluer la valeur typique de DT/Dt en fonction des grandeurs typiques de l'écoulement.
29. Quand la conduction est le principal facteur dans la variation de température d'une particule de fluide, évaluer la valeur typique de $(DT/Dt)_{\text{conduction}}$ en fonction de la diffusivité thermique D du gaz (définie par $D = \frac{\lambda}{\mu} C_v$) et des grandeurs typiques de l'écoulement.
30. La théorie cinétique des gaz indique une relation simple entre la diffusivité thermique D , la vitesse moyenne d'agitation thermique v et le libre parcours moyen ℓ des molécules d'un gaz pur isotherme (*autodiffusion*). Retrouver cette relation (à un facteur numérique près) par des considérations d'homogénéité. Les molécules étant identiques, il est impossible de suivre effectivement le phénomène ; comment dès lors vérifier le bien fondé de la relation obtenue ?
31. Quelle inégalité entre u_0 , v , ℓ et L_0 doit être satisfaite pour que l'écoulement puisse être considéré comme adiabatique ? En utilisant des ordres de grandeur raisonnables, montrer que cette condition est largement vérifiée.
- * 32. Dans l'hypothèse d'un écoulement adiabatique réversible, exprimer la vitesse du fluide en fonction de γ , de la vitesse du son c très en amont du tube, et du rapport des pressions P_A/P_S . Pour ce faire, on considérera l'équation d'Euler appliquée à un fluide compressible sans viscosité (parfait) en écoulement permanent, on multipliera scalairement les deux membres de cette équation par un déplacement élémentaire le long d'une ligne de courant et on intégrera les deux termes de l'égalité obtenue entre deux points de cette ligne de courant. Vérifier que l'on retrouve le résultat de la question 25 si le rapport $\Delta P/P_S$ reste petit devant 1.
33. Si pour mesurer la vitesse du fluide on néglige la compressibilité, montrer que l'erreur relative $(v - v_{\text{mesurée}})/v_{\text{mesurée}}$ commise est de l'ordre du carré du nombre de Mach mesuré : $M_{\text{mesuré}} = (v_{\text{mesurée}}/c)$. Pour quel type d'aéronefs sera-t-il nécessaire de tenir compte de la compressibilité de l'air ? Sous quelle(s) condition(s) est-il acceptable de considérer l'écoulement comme réversible ?

* On rappelle $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$ et $\chi_s = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_s$