

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PC

MATHEMATIQUES 2

Durée : 4 heures

L'utilisation des calculatrices est autorisée. Les deux problèmes sont indépendants

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction ; si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

PROBLEME I - ETUDE D'UN WATTMETRE ELECTRONIQUE

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un wattmètre constitué de deux amplificateurs logarithmiques, d'un amplificateur exponentiel et d'un additionneur.

1. Caractéristique d'une diode

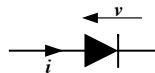


Figure 1

Dans tout le problème, les amplificateurs qui vont être étudiés utilisent une diode, schématisée sur la figure 1, dont la caractéristique courant-tension a pour équation :

$$i = I_o(e^{v/V_o} - 1)$$

où i est l'intensité de courant traversant la diode, v la tension aux bornes, et I_o et V_o sont des constantes positives.

Pour les applications numériques, on prendra : $I_o = 10 \mu A$ et $V_o = 25 mV$.

Tournez la page S.V.P.

2

Tracer qualitativement l'allure de la courbe $i(v)$.

2. Amplificateur logarithmique

On réalise le montage de la figure 2 :

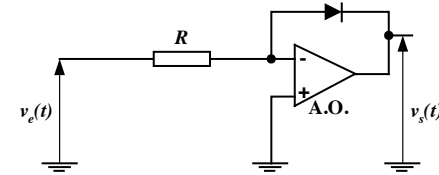


Figure 2

L'amplificateur opérationnel (A.O.) est supposé idéal et on note V_{sat} sa tension de saturation égale à $\pm 20 V$; les sources de polarisation ne figurent pas sur les schémas.

2.1. L'amplificateur opérationnel étant supposé en régime linéaire, déterminer $v_s(t)$ en fonction de $v_e(t)$, V_o , I_o et R .

2.2. On suppose que $v_e(t) = V_c \sqrt{2} \sin(\omega t)$ et que $V_c \sqrt{2} > RI_o$ et on remarquera que $V_{sat} \gg V_o$. Pour $0 < \omega t < \pi$, et compte-tenu des signes de v_e et de v_s , justifier s'il y aura ou non saturation de l'amplificateur.

Répondre à la même question pour $\pi < \omega t < 2\pi$.

2.3. Tracer l'allure des courbes $v_e(t)$ et $v_s(t)$, en fonction du temps, sur une période complète, pour $V_c \sqrt{2} > RI_o$.

3. Amplificateur exponentiel

On réalise le montage de la figure 3 :

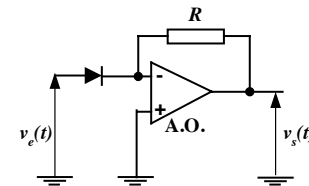


Figure 3

3.1. L'amplificateur opérationnel étant supposé en régime linéaire, déterminer $v_s(t)$ en fonction de $v_e(t)$, V_o , I_o et R .

3.2. On suppose que $v_e(t) = V_c \sqrt{2} \sin(\omega t)$; pour $0 < \omega t < \pi$, donner la condition que $v_e(t)$ doit satisfaire pour que l'amplificateur soit effectivement en régime linéaire ; calculer la valeur numérique de la limite trouvée pour $v_e(t)$ à partir des valeurs suivantes : $R = 10^6 \Omega$ et $V_{sat} = 20 V$.

3.3. Obtenir la condition entre V_{sat} et RI_o nécessaire pour que l'amplificateur opérationnel soit en régime linéaire lorsque $\pi < \omega t < 2\pi$, quelle que soit la valeur de V_c .

4. Wattmètre électronique

On réalise maintenant le montage de la figure 4, dans lequel les amplificateurs opérationnels sont en régime linéaire :

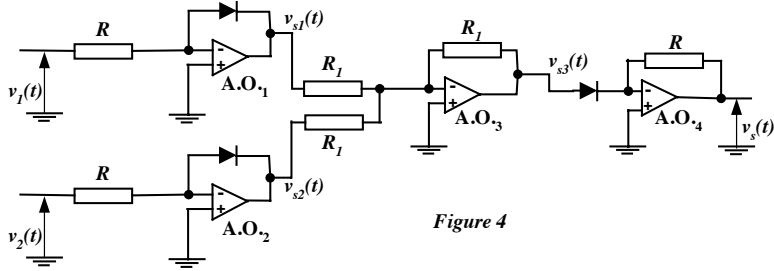


Figure 4

- 4.1. Exprimer v_{s3} en fonction de v_{s1} et v_{s2} , puis en fonction de v_1 et v_2 et des éléments du montage.
- 4.2. En déduire la caractéristique de transfert $v_s = f(v_1, v_2)$ de ce montage, en fonction de I_o et R .

4.3. On considère que les tensions d'entrée sont de la forme :

$$v_1(t) = V_1 \sqrt{2} \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad v_2(t) = V_2 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

Déterminer l'expression de la valeur moyenne dans le temps de la tension de sortie, notée $\langle v_s \rangle$.

4.4. Proposer un moyen pour mesurer $\langle v_s \rangle$.

4.5. On considère un dipôle constitué de résistances, bobines et condensateurs, d'impédance complexe équivalente $Z_{\text{éq}} = R_{\text{éq}} + jX_{\text{éq}}$ et alimenté par une tension $v(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t)$ (fig.5).

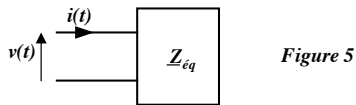


Figure 5

Exprimer la valeur moyenne P de la puissance instantanée reçue par le dipôle en fonction de V , $R_{\text{éq}}$ et $X_{\text{éq}}$, dite aussi « puissance active ».

On veut mesurer cette puissance avec le montage de la figure 4, noté **W** ; on réalise dans ce but le montage de la figure 6, alimenté par la tension $v(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t)$:

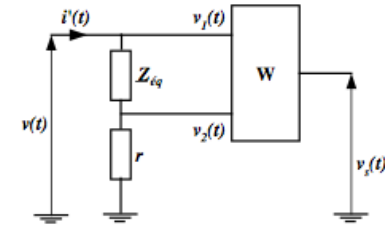


Figure 6

On considère que les intensités dans les deux entrées du wattmètre **W** sont nulles.

- 4.6. Quel est le rôle de la résistance r dans le montage ? Comment doit-on choisir la valeur de celle-ci ?
- 4.7. Montrer que la puissance moyenne totale mesurée par le wattmètre est de la forme :

$$P' = k \langle v_s \rangle$$

Expliciter la constante k et exprimer P' en fonction de V , $R_{\text{éq}}$, r et $X_{\text{éq}}$.

4.8. Déterminer l'expression de l'erreur systématique relative $\varepsilon_r = \frac{|P' - P|}{P}$ et montrer qu'elle est majorée par $r/R_{\text{éq}}$.

4.9. On veut éliminer l'erreur introduite par la résistance r ; on considère alors le montage de la figure 7 :

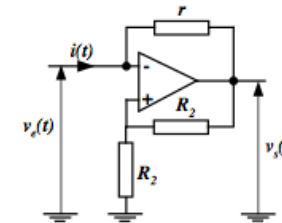


Figure 7

Calculer la résistance d'entrée $r_e = v_e/i$ de ce montage.

4.10. Proposer un montage utilisant le circuit de la figure 7 qui permette de mesurer la puissance P reçue par le dipôle, sans l'erreur systématique ε_r introduite par la présence de r .