

SYSTEME DE LEVAGE

Détermination du moment d'inertie équivalent J_E et du couple résistant $c_R(t)$

Nous étudions le mouvement de montée d'une charge par le système à moufle (voir figure ci dessous). Le repère lié au pont est supposé galiléen.

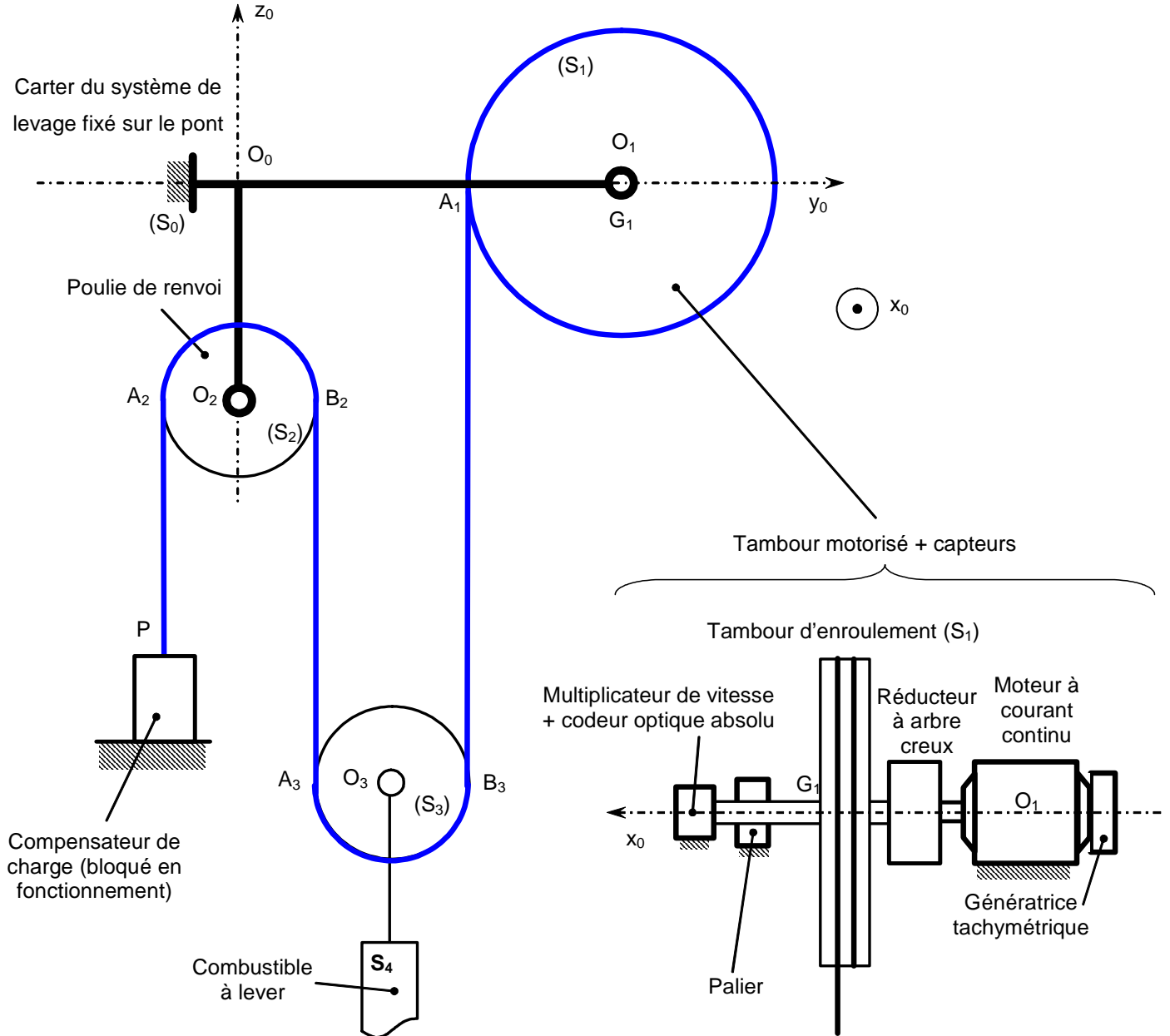


Figure 1: schéma du système de levée

Paramétrage du problème

- Le repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au carter du système de levage (S_0), fixé sur le pont, est supposé galiléen
- On fixe le stator du moteur d'entraînement sur (S_0) en un point O_1 tel que $\vec{O}_0O_1 = -d\vec{x}_0 + a\vec{y}_0$; le rotor (Rot) du moteur d'entraînement est en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{x}_0) avec le stator fixé sur le carter (S_0) : sa masse est M_R et son moment d'inertie par rapport à l'axe (O_1, \vec{x}_0) est J_R ; on lui associe le repère $R_R(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_R, \vec{z}_R)$ tel que $(\vec{y}_0, \vec{y}_R) = (\vec{z}_0, \vec{z}_R) = \theta_M$.

Les actions mécaniques exercées par le stator du moteur sur le rotor sont modélisables par le torseur :

$$\left\{ \mathbf{F}_{\text{stator} \rightarrow \text{rotor}} \right\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\text{stator} \rightarrow \text{rotor}) = X_{\text{st}} \cdot \vec{x}_0 + Y_{\text{st}} \cdot \vec{y}_0 + Z_{\text{st}} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{M}(O_1, \text{stator} \rightarrow \text{rotor}) = C_m \cdot \vec{x}_0 + M_{\text{st}} \cdot \vec{y}_0 + N_{\text{st}} \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_1} \quad \text{avec } C_m = \text{couple du moteur}$$

- Entre le rotor (R_{ot}) du moteur d'entraînement et le tambour moteur (S_1) se trouve un réducteur à arbre creux (R_{ed}), supposé de masse négligeable, de rapport de réduction $1 / \delta$ (rappel : $\delta = 350$) et de rendement mécanique unitaire.
- Le tambour moteur (S_1) est de rayon R_1 , de masse M_1 , de centre de gravité G_1 tel que $\vec{O}_0 G_1 = a \cdot \vec{y}_0$ et de moment d'inertie J_1 par rapport à l'axe (G_1, \vec{x}_0). On lui associe le repère $R_1(G_1, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = \theta$
- La poulie de renvoi (S_2) est en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{x}_0) tel que $\vec{O}_0 O_2 = -b \cdot \vec{z}_0$ avec le carter (S_0) du système de levage ; comme le compensateur de charge est bloqué par rapport au carter, la poulie de renvoi (S_2) est immobile par rapport au repère galiléen
- La poulie de moufle (S_3) est de rayon R_3 , de masse M_3 , de centre d'inertie O_3 et de moment d'inertie J_3 par rapport à l'axe (O_3, \vec{x}_0). On lui associe le repère $R_3(O_3, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $(\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3) = \varphi$
- La charge (S_4) est liée par une liaison pivot d'axe (O_3, \vec{x}_0) à la poulie de moufle (S_3) ; on suppose que, pendant les phases de mouvement, elle reste parfaitement verticale ; sa masse est M_4 et son centre d'inertie G_4 est situé à la verticale du point O_3

Données complémentaires

- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites
- Le câble est de masse négligeable, inextensible et il n'y a pas de glissement entre le câble et les poulies
- Les brins $A_1 B_3$ et $A_3 B_2$ sont supposés parallèles et verticaux
- On pose : $z(t) = \vec{O}_0 O_3 \cdot \vec{z}_0$

Q1. Par la méthode de votre choix, déterminer les deux relations liant \dot{z} , $\dot{\varphi}$ et R_3 d'une part et \dot{z} , $\dot{\theta}$ et R_1 d'autre part.

On note (S) l'ensemble {tambour (S_1), poulie de renvoi (S_2), poulie de moufle (S_3), charge (S_4), rotor (Rot), câble et réducteur à arbre creux (Red)}. Le moment d'inertie équivalent rapporté à l'arbre moteur de l'ensemble S en mouvement par rapport au repère galiléen R_0 est noté J_E et est défini par $2 \cdot T(S/R_0) = J_E \cdot \dot{\theta}_M^2$ où $T(S/R_0)$ est l'énergie cinétique galiléenne du système matériel S.

Q2. Déterminer J_E en fonction de J_R , J_1 , J_3 , R_1 , R_3 , M_3 , M_4 et δ .

Q3. Exprimer le couple résistant $c_R(t)$ exercé sur l'arbre moteur en fonction de M_3 , M_4 , g , R_1 et δ par application du « Théorème de l'Énergie – Puissance » à l'ensemble matériel S.

Pour toute la suite du problème, on prendra $J_E = 0,003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ et $c_R = 1,5 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Remarque : ces deux valeurs ont été obtenues en utilisant les formules précédentes et en prenant un coefficient de sécurité permettant de surévaluer le couple résistant rapporté à l'arbre moteur

Validation du choix du moteur dans le cas d'une phase de montée de charge

On donne (voir figure 2) la courbe d'évolution de la vitesse de montée lors d'une phase d'accélération. La phase de décélération est identique et symétrique.

Cette phase se décompose en six zones, correspondant à des accélérations ou des vitesses constantes :

- entre $t = 0$ et $t = t_1$: accélération constante $\ddot{z} = a = 0,01 \text{ m.s}^{-2}$
- entre $t = t_1$ et $t = t_2$: stabilisation pendant 5 s à la vitesse de $\dot{z} = 0,6 \text{ m.min}^{-1} = 0,01 \text{ m.s}^{-1}$
- entre $t = t_2$ et $t = t_3$: accélération constante $\ddot{z} = a = 0,01 \text{ m.s}^{-2}$
- entre $t = t_3$ et $t = t_4$: stabilisation pendant 5 s à la vitesse de $\dot{z} = 2,4 \text{ m.min}^{-1} = 0,04 \text{ m.s}^{-1}$
- entre $t = t_4$ et $t = t_5$: accélération constante $\ddot{z} = a = 0,01 \text{ m.s}^{-2}$
- après $t = t_5$: stabilisation à la vitesse de $\dot{z} = 6 \text{ m.min}^{-1} = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$ jusqu'à la phase de décélération

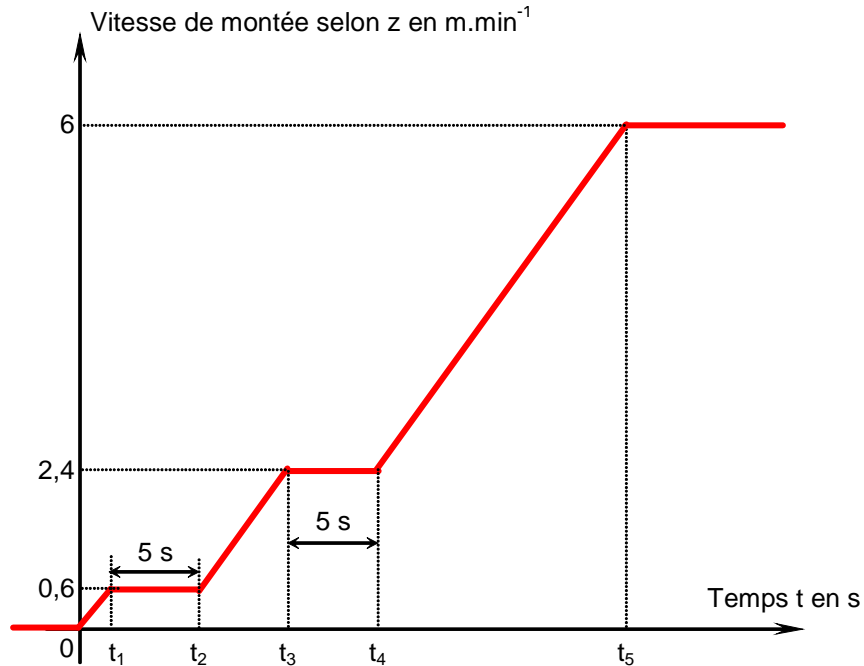


Figure 2 : graphe d'évolution de la vitesse de montée de la charge

On rappelle que :

- le rapport de réduction est $1 / \delta$ avec $\delta = 350$
- le moment d'inertie rapporté à l'arbre moteur est $J_E = 0,003 \text{ kg.m}^2$
- le couple résistant est $c_R = 1,5 \text{ N.m}$.

On donne de plus le rayon du tambour : $R_1 = 0,15 \text{ m}$.

Q4. À partir de la courbe fournie figure 2 et des données ci-dessus, tracer la courbe d'évolution du couple moteur $c_M(t)$ au cours du temps lors de la phase de montée de la charge.

Q5. Le moteur choisi RS510L convient-il, sachant que tous les points de fonctionnement obtenus doivent se trouver dans sa zone de résistance thermique indiquée sur la figure 3 ?

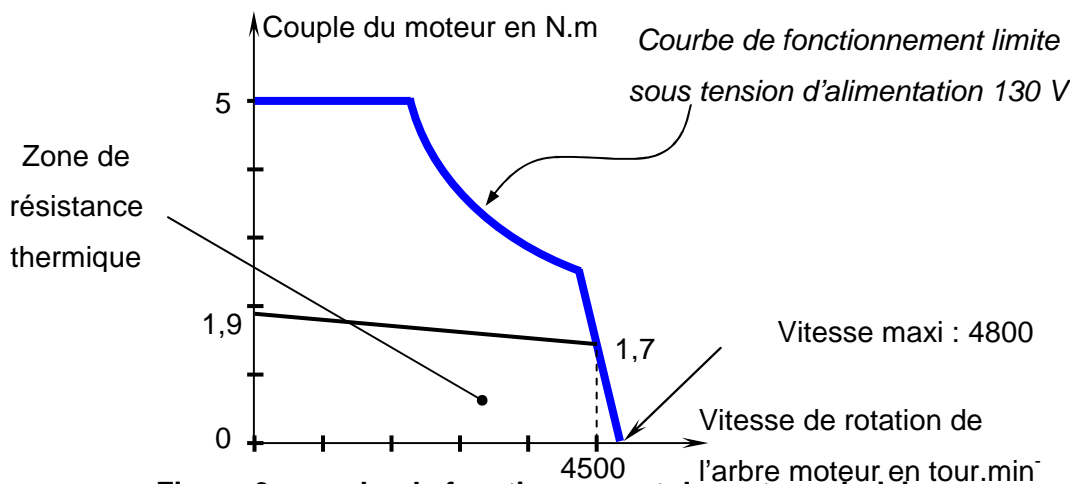


Figure 3 : courbe de fonctionnement du moteur choisi