Programme de colles

du 10.01.11 au 14.01.11

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :
donner une *définition* ou énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[gras (*dém*)]**.
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

ch. 12 : Equations différentielles

- Systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. *Unicité au problème de Cauchy*.
- Cas diagonal. Cas triangulaire.
  (les étudiants doivent savoir écrire puis utiliser les formules de changement de base sur les matrices et les vecteurs)
- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 sans second membre. *Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire*.
  Structure de l'ensemble des solutions.
  Système fondamental de solutions. *Wronskien*.
- Méthode de Lagrange pour résoudre le système homogène lorsque l'on dispose d'une solution ne s'annulant pas.
- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 avec second membre. Méthode de variation des constantes pour résoudre l'équation avec second membre à l'aide d'un système fondamental de l'équation homogène.
- Equations autonomes : $y' = F(t, y(t))$.
  Théorème de Cauchy-Lipschitz : (existence et unicité au problème de Cauchy lorsque F est continue)
  les étudiants doivent savoir écrire une fonction F leur permettant d'appliquer le théorème, si on leur donne une équation différentielle explicite.
- Equations à variables séparables.

ch. 11 : Dérivation des fonctions vectorielles de la variable réelle.

Toutes les fonctions considérées sont définies sur un intervalle réel I et à valeurs dans un espace vectoriel F de dimension finie sur $\mathbb{K}$.

- Dérivation des applications linéaires, bilinéaires, composées. Dérivation et coordonnées. Fonctions de classe $\mathcal{C}^k(I, F)$.
- Formule de Leibniz pour des fonctions à valeurs dans $\mathbb{K}$.
- Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ par morceaux. Dérivées $j^{\text{ème}}$ en les points de continuité d'une fonction $\mathcal{C}^k$ par morceaux.
- *Arcs paramétrés* $\gamma : I \to \mathbb{R}^n$, *courbes paramétrées* $C = \{\gamma(t);\ t \in I\}$ dans le plan et l'espace.
  Changement de paramétrage $\varphi : J \to I$. Paramétrage admissible $\eta = \gamma \circ \varphi : J \to \mathbb{R}^n$ d'un arc γ.
- *Vecteur vitesse* d'un arc paramétré.*Point régulier, point singulier.* Tangente.
- Etude locale en un point singulier, formule de Taylor-Young vectorielle.
- Expression du vecteur vitesse de la courbe paramétrée en polaires par $\rho : \theta \mapsto \rho(\theta)$ dans le repère polaire $(O, \vec{u}(\theta_0), \vec{v}(\theta_0))$.

A venir :

Système autonome d'équations différentielles
Réduction des endomorphismes symétriques.