

du 24.01.11 au 28.01.11

Les points soulignés sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.  
Les points suivis de la mention [preuve] sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :  
donner une définition ou énoncer une propriété avec précision, voire une démonstration d'un point en [ gras (dém)].  
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

## ch. 13 : Automorphismes orthogonaux. Réduction des endomorphismes symétriques

On se place dans un espace euclidien  $E$  muni d'une norme euclidienne  $\| \cdot \|$ .

– Automorphismes orthogonaux.

[Tout endomorphisme orthogonal est un automorphisme]

$u \in \mathcal{L}(E)$  : [  $u$  orthogonal ssi  $u$  conserve la norme ssi  $u$  conserve le produit scalaire ]

– Image d'une (de toute) base orthonormale par un endomorphisme orthogonal.

Écriture matricielle. Groupe  $O_n(\mathbb{R})$  des matrices orthogonales. Réflexions.

(n.b. pour les colleurs : la décomposition en produit de réflexions est Hors Programme).

– Endomorphismes symétriques. Projecteurs orthogonaux.

Si  $u$  est un endomorphisme symétrique, alors [toutes ses valeurs propres sont réelles.]

Si  $u$  est un endomorphisme symétrique et  $F$  est stable par  $u$ , alors [ $F^\perp$  est stable par  $u$ ]

– Théorème fondamental :

Tout endomorphisme symétrique est diagonalisable dans une base orthonormale.

Toute matrice symétrique réelle  $A$  est diagonalisable. En outre, il existe  $P \in O_n(\mathbb{R})$  telle que  ${}^tPAP$  soit diagonale (à coefficients réels).

– Equations réduites de coniques et quadriques : les étudiants doivent pouvoir donner l'allure d'une quadrique donnée par une équation réduite.

– Méthode de réduction (d'une conique ou d'une quadrique) à partir d'une équation cartésienne : recherche d'un éventuel centre de symétrie (par un calcul de gradient), puis utilisation d'un changement de base orthonormée pour obtenir l'équation réduite.

## ch. 12 : Equations différentielles

– Equations autonomes :  $y' = F(t, y(t))$ .

Théorème de Cauchy-Lipschitz : (existence et unicité au problème de Cauchy lorsque  $F$  est de classe  $C^1$ )

les étudiants doivent savoir écrire une fonction  $F$  leur permettant d'appliquer le théorème, si on leur donne une équation différentielle explicite.

– Système autonome d'équations différentielles : 
$$\begin{cases} x' &= \varphi(x, y) \\ y' &= \psi(x, y) \end{cases} .$$

### A venir :

Continuité et dérivabilité des intégrales à paramètre.