# Programme de colles



du 07.02.11 au 11.02.11

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :
donner une *définition* ou énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[ gras** (*dém*)**]**.
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

## ch. 15 : Séries de Fourie

- Espaces vectoriels $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$, $CM_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$.
- Coefficients de Fourier complexes et trigonométriques d'une fonction $2\pi$-périodique continue par morceaux.
  propriétés élémentaires des coefficients de Fourier complexes (cas d'une fonction à valeur réelle, parité, imparité).
- linéarité de l'application $\mathcal{F} : f \mapsto (c_k(f))_{k\in\mathbb{Z}}$.
- Série de Fourier complexe, série de Fourier trigonométrique d'une fonction de $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{R})$.
- Structure préhilbertienne sur $\mathcal{C}_{2\pi}$ : produit scalaire usuel, norme $\|\ \|_2$.
  Famille orthonormale des $e_n : t \mapsto e^{int}$, pour $n \in \mathbb{Z}$.
- Projeté orthogonal sur $\mathrm{Vect}((e_i)_{-p\leq i\leq p})$. Lien avec les séries de Fourier. Inégalité de Bessel.
- *Théorème de convergence en moyenne quadratique.* *Formule de Parseval.*
  *N.B. : la généralisation de résultats utilisant la structure préhilbertienne de $\mathcal{C}_{2\pi}$ à l'espace $CM_{2\pi}$ a été faite, les preuves sont non exigibles des étudiants dans ce cadre)*
- injectivité de $\mathcal{F} : \mathcal{C}_{2\pi} \to \mathbb{C}^{\mathbb{Z}}$.
- Relation entre **coefficients de Fourier** d'une fonction $\mathcal{C}^1 M$ et ceux de sa **dérivée**.
- *Théorème de Convergence normale* de la série de Fourier d'une fonction $C^0$ $C^1M_{2\pi}$.
- *Théorème de Dirichlet* (preuve non exigible)

## ch. 14 : Continuité et dérivabilité des fonctions définies par des intégrales à paramètre

- *Théorème de continuité sous le signe intégral*
  (preuve non exigible)
- *Théorème de dérivation sous le signe intégral*
  (preuve non exigible)
- Cas des dérivées $n^{\text{ièmes}}$

*N.B. pour les colleurs : à ce stade de l'année, les étudiants doivent maîtriser la notion d'intégrabilité des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$, et l'ensemble des théorèmes d'interversions du symbole intégral avec les symboles usuels ($\sum_{n=0}^{+\infty}$, $\frac{\partial}{\partial x}$, $\lim_{x\to a}$, ou $\lim_{n\to+\infty}$)*
*Les formules de Taylor avec reste intégral vues en sup seront revues au chapitre 16 pour les fonctions à valeurs vectorielles.*

### A venir :

Intégration sur un segment des fonctions à valeurs vectorielles.