PC

M. Roger

PROGRAMME DE COLLES

quinzaine 9
semaine 18

du 14.02.11 au 18.02.11

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :
donner une *définition* ou énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[gras (*dém*)]**.
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

ch. 16 : Intégration sur un segment d'une fonction à valeurs vectorielles

Cadre :
$I = [a, b]$ segment de $\mathbb{R}$, $(F, \|\ \|)$ $\mathbb{K}$-espace vectoriel normé de dimension finie.
Les fonction considérées sont des fonctions $f : I \to F$ en escalier ou continues par morceaux.

- Intégrale des fonctions en escalier. Intégrale des fonctions continues par morceaux.
  NB pour les colleurs : préférez des questions d'applications du cours sur des fonctions vectorielles explicites que des questions portant sur la construction théorique de l'intégrale
- Propriétés usuelles de l'intégrale :
  linéarité, *relation de Chasles*, *intégration composante par composante*, effet d'une translation, deux fonctions continues par morceaux qui coïncident sauf en un nombre fini de points ont même intégrale
- Fonctions à valeurs réelles :
  positivité de l'intégrale , croissance de l'intégrale, nullité sur un segment d'une fonction continue positive d'intégrale nulle.
- Fonctions à valeurs complexes : parties réelles et imaginaires d'une intégrale , conjugué d'une intégrale
- *Inégalité de la moyenne*, valeur moyenne.
- Primitive d'une fonction continue par morceaux sur un segment. *Théorème fondamental* du calcul intégral.

ch. 15 : Séries de Fourier

- Espaces vectoriels $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{C})$, $\mathcal{C}M_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{C})$.
- Coefficients de Fourier complexes et trigonométriques d'une fonction 2π-périodique continue par morceaux.
  propriétés élémentaires des coefficients de Fourier complexes (cas d'une fonction à valeur réelle, parité, imparité).
- linéarité de l'application $\mathcal{F} : f \mapsto (c_k(f))_{k\in\mathbb{Z}}$.
- Série de Fourier complexe, série de Fourier trigonométrique d'une fonction de $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.
- Structure préhilbertienne sur $\mathcal{C}_{2\pi}$: produit scalaire usuel, norme $\|\ \|_2$.
  Famille orthonormale des $e_n : t \mapsto e^{int}$, pour $n \in \mathbb{Z}$.
- Projeté orthogonal sur $\mathrm{Vect}((e_i)_{-p\leq i\leq p})$. Lien avec les séries de Fourier. Inégalité de Bessel.
- *Théorème de convergence en moyenne quadratique.* *Formule de Parseval*.
  N.B. : la généralisation de résultats utilisant la structure préhilbertienne de $\mathcal{C}_{2\pi}$ à l'espace $\mathcal{C}M_{2\pi}$ a été faite, les preuves sont non exigibles des étudiants dans ce cadre)
- injectivité de $\mathcal{F} : \mathcal{C}_{2\pi} \to \mathbb{C}^{\mathbb{Z}}$.
- Relation entre **coefficients de Fourier** d'une fonction $\mathcal{C}^1 M$ et ceux de sa **dérivée**.
- *Théorème de Convergence normale* de la série de Fourier d'une fonction C^0 $C^1M_{2\pi}$.
- *Théorème de Dirichlet* (preuve non exigible)

A venir :

Fonctions de plusieurs variables. Calcul différentiel.