du 29.11.10 au 03.12.10

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :
donner une *définition* ou énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[gras (*dém*)]**.
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

ch. 9 : Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie, limites, continuité

- *Equivalence des normes dans un espace de dimension finie* (théorème admis).
- *Parties bornées*,*applications bornées* sur une partie A de E, à valeurs dans F.
- Suites convergentes dans un e.v.n., relations de comparaison de suites. Limite d'une suite. Caractérisation de la limite d'une suite de vecteurs de E à l'aide des composantes.
- **Boules ouvertes**. Ouverts. Fermés.
- Point adhérent. Limite, continuité d'une fonction.
  Les étudiants doivent savoir écrire avec $\varepsilon > 0$ la continuité d'une fonction $f : E \to F$ en un point $a \in E$.

  Opérations sur les limites. Continuité d'une fonction de E dans F.
- Caractérisation séquentielle de la continuité d'une fonction définie sur E.
- Algèbre des fonctions continues.
- Compacité (les compacts de E evn de dimension finie sont les parties fermées et bornées).
  Image d'un compact par une application continue (démonstration admise).
  Toute fonction continue sur un compact à valeurs réelles admet des extrema
- *Applications k-lipschitziennes*.
- **Une application linéaire en dimension finie est lipschitzienne [preuve]** .
  Continuité des applications linéaires et bilinéaires en dimension finie.

ch. 8 : Espaces préhilbertiens, espaces vectoriels euclidiens

- *Produit scalaire* réel ou hermitien.
  Norme, norme associée à un produit scalaire.
- *Inégalité de Cauchy-Schwarz* et de Minkowski. Identités de polarisation.
- Distance. Vecteurs orthogonaux. Famille orthogonale. **[Toute famille orthonormale est libre (*dém*)]**
  Algorithme de Gram-Schmidt.
  Orthogonal d'un s.e.v.. Somme directe orthogonale. Supplémentaire orthogonal d'un s.e.v..
- Espace euclidien. Bases orthonormées. **[Tout espace euclidien admet une base orthonormale (*dém*)]**
- *Expression de la norme, du produit scalaire* et de la distance à l'aide d'une b.o.n..
  Représentation d'une forme linéaire sur un e.v.e. .
- Espace vectoriel des fonctions intégrables. *Norme N_2* de la convergence en moyenne quadratique sur les espaces $CML^2(I, \mathbb{R})$, $\mathcal{C}^0_{2\pi}$.
- *Distance d'un point à un sous-espace vectoriel de dimension finie* muni d'une b.o.n..
  Inégalité de Bessel.

A venir :

L'application $e_i :]-\pi, \pi[\to \mathbb{U} \setminus \{-1\}$, $\theta \mapsto e^{i\theta}$ est une bijection continue de $]-\pi, \pi[$ sur $\mathbb{U} \setminus \{-1\}$, et sa réciproque est l'application continue $\mathrm{Arg} : \mathbb{U} \setminus \{-1\} \to]-\pi, \pi[$.

ch. 10 : Séries entières.