

du 06.12.10 au 10.12.10

Les points soulignés sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.  
Les points suivis de la mention [preuve] sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle :  
donner une définition ou énoncer une propriété avec précision, voire une démonstration d'un point en [ gras (dém)].  
Tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

## ch. 10 : Séries entières

- Série entière. Rayon de convergence. Lemme d'Abel. Absolue convergence d'une série entière sur son disque ouvert de convergence.
- Convergence normale sur tout compact inclus dans le disque ouvert de convergence. Continuité de la somme d'une série entière sur le disque ouvert de convergence.
- Somme de séries entières. Produit de Cauchy ;
- Série entière d'une variable réelle. Intégration terme à terme. Dérivation terme à terme. Cas de la convergence radiale.
- Fonction développable en série entière. Toute fonction développable en série entière sur un intervalle  $] - R, R[$  y est égale à la somme de sa série de Taylor.
- Développements en séries entières (et rayons de convergence) des fonctions usuelles :  
exp, ch, sh, cos, sin,  $t \mapsto \frac{1}{1-t}$ ,  $t \mapsto \ln(1+t)$ ,  $t \mapsto (1+t)^\alpha$  pour  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

## ch. 9 : Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie, limites, continuité

- Équivalence des normes dans un espace de dimension finie (théorème admis).
- Parties bornées, applications bornées sur une partie  $A$  de  $E$ , à valeurs dans  $F$ .
- Suites convergentes dans un e.v.n., relations de comparaison de suites. Limite d'une suite. Caractérisation de la limite d'une suite de vecteurs de  $E$  à l'aide des composantes.
- **Boules ouvertes**. Ouverts. Fermés.
- Point adhérent. Limite, continuité d'une fonction.  
Les étudiants doivent savoir écrire avec  $\varepsilon > 0$  la continuité d'une fonction  $f : E \rightarrow F$  en un point  $a \in E$ .

Opérations sur les limites. Continuité d'une fonction de  $E$  dans  $F$ .

- Caractérisation séquentielle de la continuité d'une fonction définie sur  $E$ .
- Algèbre des fonctions continues.
- Compacité (les compacts de  $E$  evn de dimension finie sont les parties fermées et bornées).  
Image d'un compact par une application continue (démonstration admise).  
Toute fonction continue sur un compact à valeurs réelles admet des extrema
- Applications k-lipschitziennes.
- Une application linéaire en dimension finie est lipschitzienne.  
Continuité des applications linéaires et bilinéaires en dimension finie.
- L'application  $e_i : ]-\pi, \pi[ \rightarrow \mathbb{U} \setminus \{-1\}$ ,  $\theta \mapsto e^{i\theta}$  est une bijection continue de  $] - \pi, \pi[$  sur  $\mathbb{U} \setminus \{-1\}$ , et sa réciproque est l'application continue  $\text{Arg} : \mathbb{U} \setminus \{-1\} \rightarrow ] - \pi, \pi[$ .

## ch. 8 : Espaces préhilbertiens, espaces vectoriels euclidiens

- Distance d'un point à un sous-espace vectoriel de dimension finie muni d'une b.o.n..  
Inégalité de Bessel.  
Expression du projeté orthogonal d'un vecteur sur un s.e.v. de dimension finie muni d'une b.o.n.

### A venir :

Dérivation des fonctions vectorielles.