

# Développements limités, équations différentielles

## Exercice 1

Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 2 de  $f : x \mapsto \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}$

## Exercice 2

Donner une éventuelle limite en 0 de  $g : x \mapsto (\cos(x))^{\ln|x|}$ .

## Exercice 3

Etudier au moyen d'un développement « asymptotique » pour  $x \rightarrow +\infty$  l'asymptote oblique à la courbe représentative de  $h : x \mapsto \frac{e^{1/x} + 1}{e^{1/x} - 1}$  au voisinage de  $+\infty$

## Exercice 4

Soit  $u : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $t \mapsto \frac{t}{\sin t}$ .

- 1) Montrer que  $u$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $]0, \pi[$ , et donner l'expression de sa dérivée en tout point.
- 2) Montrer que  $u'$  admet une limite à droite en 0.
- 3) En déduire que  $u$  peut être prolongée en 0 en une fonction  $\tilde{u}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $] - \pi, \pi[$ .

## Exercice 5

- 1) Vérifier que pour tout  $x$ ,  $\frac{x^2}{1+x^2} = 1 - \frac{1}{1+x^2}$ . En déduire une primitive sur  $\mathbb{R}$  de  $w : x \mapsto \frac{x^2}{1+x^2}$
- 3) Résoudre et déterminer éventuellement une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle :

$$x y' + 2y = \frac{x}{1+x^2} \quad (E)$$