I) Tracés de coniques ou de quadriques

Télécharger le fichier .mws accessible depuis le cahier de texte des PC :
http ://www.cpge-brizeux.fr/casiers/mikael/TP/TP5.mws

1. Enlever une à une chacune des options graphiques suivantes pour le tracé de Q : `style=surfacecontour`, `axes=normal`, `scaling=constrained`, `lightmodel=light1`, `numpoints=2000`
   A quoi servent-elles ?
2. Comment jstifier que toute rotation d'axe (Oz) laisse E_1 invariant ?
3. Faites tourner E_2 pour mieux la visualiser.
4. Quel est la nature géométrique de l'intersection de E_2 et de P ? En donner une équation cartésienne.
5. Commentez le tracé de E_3.

II) Utilisation de Maple pour traiter un exercice d'oral

On propose plusieurs exercices d'oraux, et l'on suggère éventuellement une méthode de résolution s'appuyant sur les capacités de calcul de Maple.

Exercice 1

Réduire dans une base orthonormale la forme quadratique : $q(x, y, z) = x^2 - 2xy + 2xz + 2yz$

on pourra déterminer une matrice S symétrique réelle telle que $q(x,y,z) = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} S \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Exercice 2

Donner une base orthonormée de $(\mathbb{R}_4[X], < \ | \ >)$, où $< \ | \ >$ est le produit scalaire défini par :

$$< \ P|Q \ >= \int_0^1 P(t)Q(t)\mathrm{d}t$$

on pourra utiliser l'algorithme de Gram-Schmitt pour orthonormaliser la base canonique $(1, X, X^2, X^3, X^4)$

Exercice 3

Etude de la série : $S(x) = \sum_{n \geq 0} 2^{\sqrt{n}} x^n$

1. Déterminer le rayon de convergence de S.
2. Donner une valeur de N pour que pour tout $x \in [\frac{-1}{3}, \frac{1}{3}]$, $S_N(x) = \sum_{n=0}^{N} 2^{\sqrt{n}} x^n$ soit une valeur approchée de $S(x)$ à 10^{-8} près.
3. Tracer le graphe de $x \mapsto S_N(x)$

Exercice 4

Soit $A = \begin{pmatrix} a & 1 & b \\ 1 & c & d \\ e & f & -1 \end{pmatrix}$. Déterminer a, b, c, d, e et f pour que les vecteurs $u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ forment une base de vecteurs propres de A.

on vérifiera qu'il s'agit bien d'une famille libre de trois vecteurs colonnes

---