Programme de colles

du 07.12.09 au 11.12.09

Les points **en gras** sont à privilégier comme questions de cours.

Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie. Limites, continuité.

- **Equivalence des normes dans un espace de dimension finie** (théorème admis).
- **Parties bornées, applications bornées** sur une partie A de E, à valeurs dans F.
- **Suites convergentes** dans un e.v.n., relations de comparaison de suites. **Limite** d'une suite. Caractérisation de la limite d'une suite de vecteurs de E à l'aide des composantes.
- **Boules ouvertes**. Ouverts. Fermés.
- Point adhérent. **Limite** d'une fonction. Opérations sur les limites. Continuité d'une fonction de E dans F.
  Les étudiants doivent savoir écrire avec $\varepsilon > 0$ la continuité d'une fonction $f : E \to F$ en un point $a \in E$.
- **Caractérisation séquentielle** de la continuité d'une fonction définie sur E.
- Algèbre des fonctions continues.
- Compacité (les compacts de E evn de dimension finie sont les parties fermées et bornées).
  Image d'un compact par une application continue (démonstration admise).
  Toute fonction continue sur un compact admet des extrema

Séries de Fourier

- Espaces vectoriels $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$, $\mathcal{C}M_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$.
- Coefficients de Fourier complexes et trigonométriques d'une fonction 2π-périodique continue par morceaux.
  propriétés élémentaires des coefficients de Fourier complexes (cas d'une fonction à valeur réelle, parité, imparité).
- linéarité de l'application $\mathcal{F} : f \mapsto (c_k(f))_{k\in\mathbb{Z}}$.
- Série de Fourier complexe, série de Fourier trigonométrique d'une fonction de $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{R})$.
- **Structure préhilbertienne** sur $\mathcal{C}_{2\pi}$: produit scalaire usuel, norme $\| \|_2$.
  Famille orthonormale des $e_n : t \mapsto e^{int}$, pour $n \in \mathbb{Z}$.
- Projeté orthogonal sur Vect$((e_i)_{-p\leq i\leq p})$. **Lien avec les séries de Fourier**. Inégalité de Bessel.
- **Théorème de convergence en moyenne quadratique.** Formule de Parseval.
  N.B. : la généralisation de résultats utilisant la structure préhilbertienne de $\mathcal{C}_{2\pi}$ à l'espace $CM_{2\pi}$ a été faite, les preuves sont non exigibles des étudiants dans ce cadre)
- injectivité de $\mathcal{F} : \mathcal{C}_{2\pi} \to \mathbb{C}^{\mathbb{Z}}$.
- Relation entre **coefficients de Fourier** d'une fonction $\mathcal{C}^1M$ et ceux de sa **dérivée**.
  Convergence normale de la série de Fourier d'une fonction $C\ C^1M_{2\pi}$.
  Théorème de Dirichlet (preuve non exigible)

A venir :

Continuité des applications linéaires et bilinéaires en dimension finie.
Dérivation des fonctions vectorielles.

RQ : lorsqu'un étudiant se voit attribuer une note inférieure ou égale à 9/20, l'étudiant doit rendre sur papier pour le lendemain au professeur l'exercice posé par le colleur