Programme de colles

du 04.01.10 au 08.01.10

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.
Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle (donner une définition, énoncer une propriété avec précision, voire une démonstration d'un point en gras).

Dérivation des fonctions vectorielles de la variable réelle.

Toutes les fonctions considérées sont définies sur un intervalle réel I et à valeurs dans un espace vectoriel F de dimension finie sur $\mathbb{K}$.

- *Dérivée en un point* d'une fonction à valeurs vectorielles. Fonctions dérivables, somme. Une fonction dérivable est continue.
- Dérivation d'une fonction du type $t \mapsto \alpha(t)v(t)$, avec $\alpha : I \to \mathbb{K}$ et $v : I \to F$.
- *Dérivée d'une composée* $u \circ f$, avec $f : I \to F$ et $u \in \mathcal{L}(F)$. **[preuve]**
- *Dérivée d'une application* $t \mapsto B(f(t), g(t))$, avec $f : I \to E$, $g : I \to F$ et $B : E \times F \to G$ une application *bilinéaire* (l'énoncé doit être maîtrisé, plutôt que la démonstration préferer une application de ce théorème, par exemple en cinématique, en dérivant une quantité $t \mapsto < u(t); v(t) >$, ou encore $t \mapsto u(t) \wedge v(t)$).
  application linéaire, bilinéaire, composées. Dérivation et coordonnées.
- Fonctions de *classe* $C^k(I, F)$.
- *Formule de Leibniz* pour des fonctions à valeurs dans $\mathbb{K}$.
- Fonctions de *classe C^k par morceaux*. Dérivées $j^{\text{ème}}$ en les points de continuité d'une fonction C^k par morceaux.
- *Arcs paramétrés* $\gamma : I \to \mathbb{R}^n$, *courbes paramétrées* $C = \{\gamma(t);\ t \in I\}$ dans le plan et l'espace.
  Changement de paramétrage $\varphi : J \to I$. Paramétrage admissible $\eta = \gamma \circ \varphi : J \to \mathbb{R}^n$ d'un arc γ.
- *Vecteur vitesse* d'un arc paramétré. *Point régulier, point singulier.* Tangente.
- Etude locale en un point singulier, formule de Taylor-Young vectorielle.
- L'application $]-\pi, \pi[\to \mathbb{U} \setminus \{-1\}$, $\theta \mapsto e^{i\theta}$ est une *bijection continue*, dont la réciproque est $\mathrm{Arg} : \mathbb{U} \setminus \{-1\} \to]-\pi, \pi[$.
  Pour $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $x \neq -1$, $\underline{\mathrm{Arg}(x + iy) = 2 \operatorname{Arctan} \dfrac{y}{1 + x}}$ (formule exigible du programme PC)
- Courbes en polaires.

Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie. Limites, continuité.

Tout exercice mettant en jeu les notions de continuité (d'une fonction de la variable réelle) ou de limites peut être proposé.

- *Applications k-lipschitziennes.* Une application lipschitzienne est continue. **[preuve]**
  Une application linéaire en dimension finie est lipschitzienne.
- Continuité des applications linéaires et bilinéaires en dimension finie.

A venir :

Systèmes linéaires d'équations différentiels.

RQ : lorsqu'un étudiant se voit attribuer une note inférieure ou égale à 9/20, l'étudiant doit rendre sur papier pour le lendemain au professeur l'exercice posé par le colleur