

du 11.01.10 au 15.01.10

Les points soulignés sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.

Les points suivis de la mention [preuve] sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle ( donner une définition, énoncer une propriété avec précision, voire une démonstration d'un point en [gras]).

## Systèmes linéaires d'équations différentielles

- Systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. Unicité au problème de Cauchy.
- Cas diagonal. Cas triangulaire.  
(les étudiants doivent savoir écrire puis utiliser les formules de changement de base sur les matrices et les vecteurs)
- Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2. Théorème de Cauchy-Lipschitz. Structure de l'ensemble des solutions. Systeme fondamental de solutions. Wronskien.
- Méthode de Lagrange pour résoudre le système homogène lorsque l'on dispose d'une solution ne s'annulant pas.
- Méthode de variation des constantes pour résoudre l'équation avec second membre à l'aide d'un système fondamental de l'équation homogène.

## Dérivation des fonctions vectorielles de la variable réelle.

Toutes les fonctions considérées sont définies sur un intervalle réel  $I$  et à valeurs dans un espace vectoriel  $F$  de dimension finie sur  $\mathbb{K}$ .

- Dérivée en un point d'une fonction à valeurs vectorielles. Fonctions dérivables, somme. Une fonction dérivable est continue.
- Dérivation d'une fonction du type  $t \mapsto \alpha(t)v(t)$ , avec  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{K}$  et  $v : I \rightarrow F$ .
- Dérivée d'une composée  $u \circ f$ , avec  $f : I \rightarrow F$  et  $u \in \mathcal{L}(F)$ . [preuve]
- Dérivée d'une application  $t \mapsto B(f(t), g(t))$ , avec  $f : I \rightarrow E$ ,  $g : I \rightarrow F$  et  $B : E \times F \rightarrow G$  une application bilinéaire (l'énoncé doit être maîtrisé, plutôt que la démonstration préférer une application de ce théorème, par exemple en cinématique, en dérivant une quantité  $t \mapsto \langle u(t); v(t) \rangle$ , ou encore  $t \mapsto u(t) \wedge v(t)$ ).  
application linéaire, bilinéaire, composées. Dérivation et coordonnées.
- Fonctions de classe  $C^k(I, F)$ .
- Formule de Leibniz pour des fonctions à valeurs dans  $\mathbb{K}$ .
- Fonctions de classe  $C^k$  par morceaux. Dérivées  $j^{\text{ème}}$  en les points de continuité d'une fonction  $C^k$  par morceaux.
- Arcs paramétrés  $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ , courbes paramétrées  $C = \{\gamma(t); t \in I\}$  dans le plan et l'espace.  
Changement de paramétrage  $\varphi : J \rightarrow I$ . Paramétrage admissible  $\eta = \gamma \circ \varphi : J \rightarrow \mathbb{R}^n$  d'un arc  $\gamma$ .
- Vecteur vitesse d'un arc paramétré. Point régulier, point singulier. Tangente.
- Etude locale en un point singulier, formule de Taylor-Young vectorielle.
- L'application  $] - \pi, \pi[ \rightarrow \mathbb{U} \setminus \{-1\}$ ,  $\theta \mapsto e^{i\theta}$  est une bijection continue, dont la réciproque est  $\text{Arg} : \mathbb{U} \setminus \{-1\} \rightarrow ] - \pi, \pi[$ .  
Pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x \neq -1$ ,  $\text{Arg}(x + iy) = 2 \text{Arctan} \frac{y}{1+x}$  (formule exigible du programme PC)
- Courbes en polaires.

## A venir :

Réduction des endomorphismes symétriques.

RQ : lorsqu'un étudiant se voit attribuer une note inférieure ou égale à 9/20, l'étudiant doit rendre sur papier pour le lendemain au professeur l'exercice posé par le colleur