Programme de colles

du 25.01.10 au 29.01.10

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle (donner une *définition*, énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[gras]**).

ch. 13 : Intégration sur un segment d'une fonction à valeurs vectorielles

Cadre :
$I = [a, b]$ segment de $\mathbb{R}$, $(F, || \ ||$ $\mathbb{K}$-espace vectoriel normé de dimension finie.
Les fonction considérées sont des fonctions $f : I \to F$ en escalier ou continues par morceaux.

- Intégrale des fonctions en escalier. Intégrale des fonctions continues par morceaux.
  NB pour les colleurs : préférez des questions d'applications directes des définitions de cours sur des fonctions vectorielles explicites que des questions portant sur la construction théorique de l'intégrale
- Propriétés usuelles de l'intégrale :
  linéarité, *relation de Chasles*, *intégration composante par composante*, effet d'une translation, deux fonctions continues par morceaux qui coïncident sauf en un nombre fini de points ont même intégrale
- Fonctions à valeurs réelles :
  positivité de l'intégrale , *croissance de l'intégrale*, nullité sur un segment d'une fonction continue positive d'intégrale nulle.
- Fonctions à valeurs complexes :
  parties réelles et imaginaires d'une intégrale , *conjugué d'une intégrale*
- *Inégalité de la moyenne*, valeur moyenne.
- *Primitive* d'une fonction continue par morceaux sur un segment. *Théorème fondamental*.

ch. 12 :Automorphismes orthogonaux. Réduction des endomorphismes symétriques

On se place dans un espace euclidien E muni d'une norme euclidienne $|| \ ||$.

- *Automorphismes orthogonaux.*
  [Tout endomorphisme orthogonal est un automorphisme]
  $u \in \mathcal{L}(E)$: **[u orthogonal ssi u conserve la norme ssi u conserve le produit scalaire]**
- *Image d'une (de toute) base orthonormale par un endomorphisme orthogonal.*
  Ecriture matricielle. Groupe $O_n(\mathbb{R})$ des matrices orthogonales *(n.b. pour les colleurs : la décomposition en produit de réflexions est Hors Programme)*. Réflexions.
- *Endomorphismes symétriques.* Projecteurs orthogonaux.
  Si u est un endomorphisme symétrique, alors **[toutes ses valeurs propres sont réelles.]**
- *Théorème fondamental* :
  Tout endomorphisme symétrique est diagonalisable dans une base orthonormale.
  Toute matrice symétrique réelle A est diagonalisable. En outre, il existe $P \in O_n(\mathbb{R})$ telle que ${}^tPAP$ soit diagonale.
- *Equations réduites* de coniques et quadriques : les étudiants doivent pouvoir donner l'allure d'une quadrique donnée par une équation réduite.
  Méthode de réduction (d'une conique ou d'une quadrique) à partir d'une équation cartésienne : recherche d'un éventuel centre de symétrie, puis utilisation d'un changement de base orthonormée pour obtenir l'équation réduite.

A venir :

Intégrales impropres.

RQ : lorsqu'un étudiant se voit attribuer une note inférieure ou égale à 9/20, l'étudiant doit rendre sur papier pour le lendemain au professeur l'exercice posé par le colleur