PC

M. Roger

PROGRAMME DE COLLES

quinzaine 10
semaine 19

du 01.03.10 au 05.03.10

Les points *soulignés* sont à privilégier comme définition ou propriété de cours.
Les points suivis de la mention **[preuve]** sont à privilégier comme démonstrations de cours.

Pour chaque étudiant une question de cours doit être systématiquement posée en début de colle (donner une *définition*, énoncer une *propriété* avec précision, voire une démonstration d'un point en **[gras]**).

Dans ces chapitres d'analyse, tout énoncé de proposition doit être particulièrement PRÉCIS.

ch. 14 : Intégrales impropres. Intégrales à paramètre

Cadre : On considère des fonctions à valeurs dans $\mathbb{K}$ égal $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

- Intégrale convergente sur un intervalle réel I (borné ou non).
- Cas des fonctions positives. Théorème de comparaison.
- Nature des intégrales de fonctions usuelles :
  $\int_{[1,+\infty[} \frac{dt}{t^\alpha}$ CV ssi $\alpha > 1$, $\int_{]0,1]} \frac{dt}{t^\beta}$ CV ssi $\beta < 1$, $\int_{[0,+\infty[} e^{\gamma t} dt$ CV ssi $\gamma > 0$. **[preuves]**
- Intégrale absolument convergente. Intégrabilité et relations de comparaison entre fonctions.
- Intégrale sur un intervalle quelconque. Propriétés de l'intégrale : linéarité, relation de Chasles. Changement de variable. Inégalité de la moyenne.
- Espace vectoriel $L^1_A(I, \mathbb{K})$des fonctions (absolument) intégrables sur I.
- Norme 1 sur $L^1_A(I, \mathbb{K})$. Norme de la convergence en moyenne quadratique.

- **Théorème de convergence dominée**(preuve HP)

- Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions, sur un intervalle quelconque.
- **Théorème de continuité sous le signe intégral.**

- **Théorème de dérivation sous le signe intégral.**
  Cas des dérivées $n^{\text{ièmes}}$

A venir :

Fonctions de plusieurs variables. Calcul différentiel.