

Déroulement d'une colle :

- Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues. Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles.

- Vous passez ensuite aux exercices.

chap. III : Espaces vectoriels, applications linéaires, sous-espaces stables

- rappels de PCSI : espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Somme directe $A \oplus B$ de deux sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires.

- Somme $\sum_{i=1}^s E_i$ de plusieurs sous-espaces vectoriels E_1, \dots, E_s d'un \mathbb{K} -e.v. E . Somme directe $\bigoplus_{i=1}^p E_i$ de plusieurs s.-e.v..

- Décomposition en somme directe d'un espace vectoriel. Base adaptée à une somme directe.

Relation $\dim \left(\sum_{i=1}^s E_i \right) \leq \sum_{i=1}^s \dim(E_i)$, avec égalité si et seulement si la somme est directe.

- Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme.

Pour $u \in \mathcal{L}(E)$, $\text{Ker}(u)$ et $\text{Im}(u)$ sont stables par u **[preuves]**

Pour $u, v \in \mathcal{L}(E)$ tels que $u \circ v = v \circ u$, $\text{Ker}(u)$ et $\text{Im}(u)$ sont stables par v **[preuves]**

- Endomorphisme induit $u|_F^F$ sur un sous-espace vectoriel F stable par $u \in \mathcal{L}(E)$. Matrice triangulaire par blocs.

Écriture matricielle dans une base adaptée à une somme directe $F \oplus G = E$ lorsque F est stable par u . Calculs matriciel par blocs.

- Calculs de déterminants : rappels de PCSI : développements par rapport à une ligne ou une colonne. Déterminant d'un produit de matrices. Déterminants triangulaire par blocs. Déterminant et caractérisation de la liberté d'une famille de vecteurs colonnes.
- Matrices semblables. Deux matrices semblables ont même déterminant. Déterminant d'un endomorphisme.
- Déterminant de Vandermonde.
- Trace d'une matrice, d'un endomorphisme. Linéarité, trace d'un produit, d'une transposée ; N.B. : les étudiants doivent connaître les écritures matricielles d'une application linéaire relativement à des bases ; Matrice produit et coefficients.
- Deux matrices semblables ont même trace. **[preuve]**
- Espaces vectoriels produits.

chap. IV : Séries numériques

- *Rappels de PCSI :*

- Série numérique, sommes partielles. CNS de convergence pour une série à termes positifs.

Séries géométriques, nature et valeur de la somme. **[preuve]**

Séries de Riemann, nature.

Séries absolument convergentes.

- Théorèmes de comparaison (entre séries positives ; d'une série réelle à une série positive) : encadrement $|u_n| \leq v_n$, équivalent à un terme strictement positif.