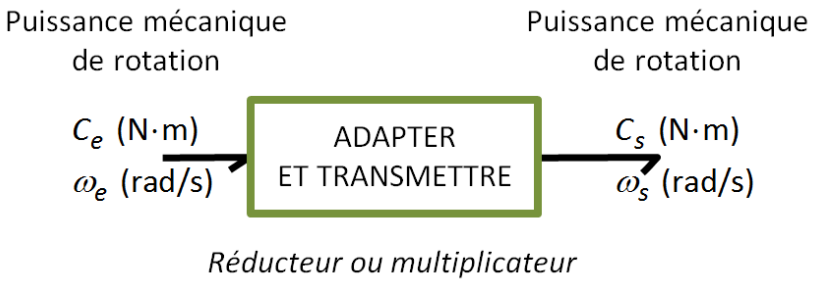
TRANSMISSION DE PUISSANCE



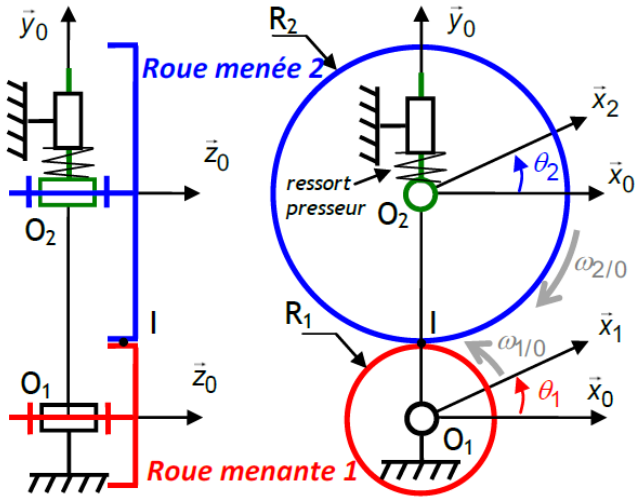
1- Rapport de transmission et lois entrée-sortie

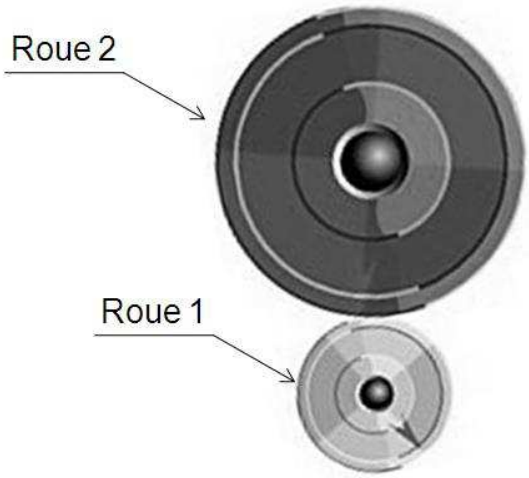
Une loi entrée-sortie cinématique caractérise le comportement cinématique du composant. Elle est donnée par le **rapport de transmission** qui est le rapport entre la vitesse angulaire de sortie ω_s (ou N_s) et la vitesse angulaire d'entrée ω_e (ou N_e) :

$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{N_s}{N_e}}$ avec **ω** en ***rad/s*** et **N** en ***tr/min***. On a $\boxed{\omega = \frac{2.\pi.N}{60}}$

Selon la valeur de ce rapport (<1 ou >1), on parle de **multiplicateur** ou de **réducteur de vitesse**.

2- Roues de friction





Principe : 2 roues cylindriques sont en contact. L'adhérence[(1)] permet d'assurer le roulement sans glissement au point I de contact des roues, et donc de transmettre le mouvement de la roue 1 dite «menante » à la roue 2 dite « menée ».

Utilisation : transmissions de faible puissance (dynamo de vélo, home trainer ...)

(1) Pour assurer un roulement sans glissement il faut utiliser :
- un couple de matériaux avec un fort coefficient d'adhérence
- un effort presseur

M Sollette- Lycée Brizeux- Quimper

Rapport de transmission

S'il y a du glissement entre 2 et 1 au point I, alors la vitesse relative dite de glissement n'est pas nulle : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} \neq \vec{0}$.

La condition de **non glissement** au point I s'écrit : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \vec{0}$ soit $\overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$
(Vitesse de glissement nulle)

Conséquences :

$\overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{O_2\in 2/0}} + \overrightarrow{IO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$

$\overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = -R_2.\overrightarrow{y_0} \wedge \omega_{2/0}.\overrightarrow{z_0} = -R_2.\omega_{2/0}.\overrightarrow{x_0}$

$\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} + \overrightarrow{IO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

$\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = R_1.\overrightarrow{y_0} \wedge \omega_{1/0}.\overrightarrow{z_0} = R_1.\omega_{1/0}.\overrightarrow{x_0}$

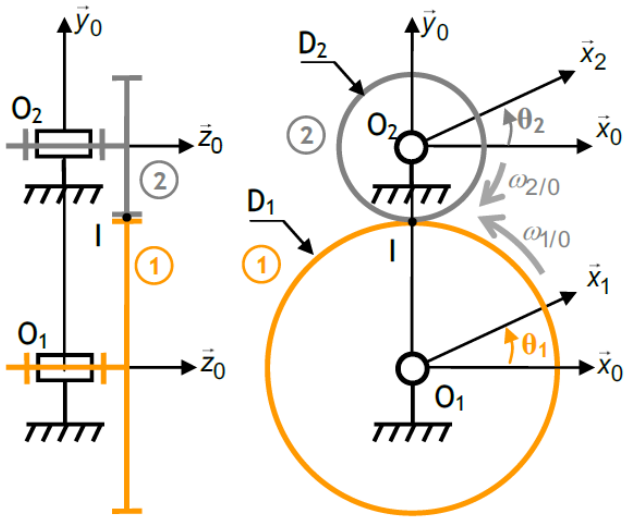
On en déduit :

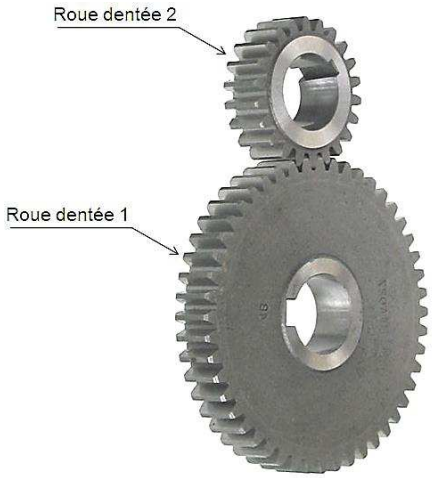
$R_1.\omega_{1/0}.\overrightarrow{x_0} = -R_2.\omega_{2/0}.\overrightarrow{x_0}$ soit $\boxed{R_1.\omega_{1/0} = -R_2.\omega_{2/0}}$

Rapport de transmission de roues de friction :

$$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{D_1}{D_2}$$: le sens de rotation est inversé

3- Engrenages





Principe : Un engrenage est constitué de deux roues dentées qui engrènent l'une avec l'autre.
La géométrie de la denture permet d'obtenir la même cinématique que celle imposée par deux roues de friction, correspondant aux cercles primitifs.
Les cercles primitifs sont représentés sur les schémas cinématiques.

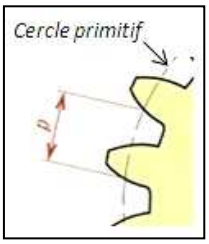
Utilisation : Transmission de faibles et fortes puissances.

Applications : de la montre… à la boîte de vitesse automobile… aux éoliennes.

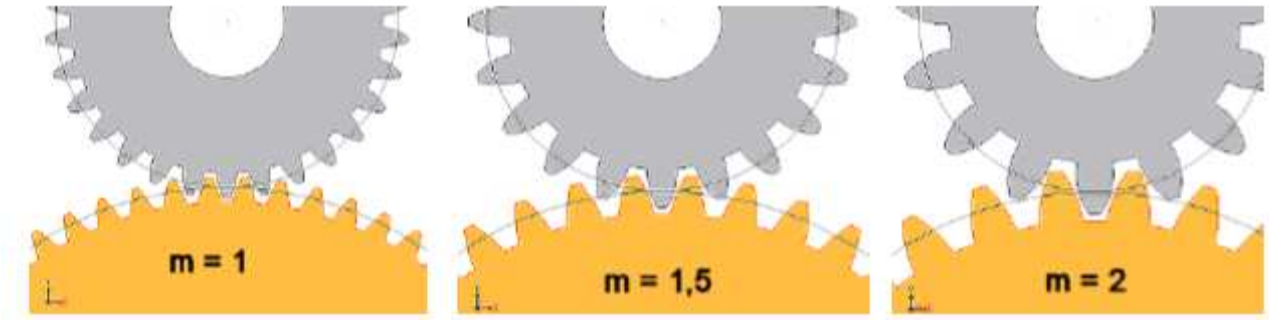
Caractéristiques des roues dentées :

- ***Diamètre primitif :*** D_1 et D_2 : diamètres des cercles primitifs, c'est-à-dire des roues de friction équivalentes qui donneraient la même cinématique
- ***Nombre de dents :*** Z_1 pour la roue 1 et Z_2 pour la roue 2.
- ***Pas primitif :*** Longueur de l'arc de cercle entre deux profils (en mm) :

$$pas = \frac{\pi.D_i}{Z_i} = \pi.m$$



Module :



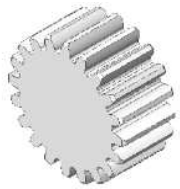
m (en mm) : caractérise la taille des dentures
On a : $D_i = m\ Z_i$ d'où pas = π.m

Caractéristiques de fonctionnement :

Module : Pour que deux roues dentées engrènent, elles doivent avoir le même module.
Engrènement : il y a roulement sans glissement au point de tangence **I** des cercles primitifs
$\Rightarrow$ Vitesse de glissement nulle $\Rightarrow$ $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \vec{0}$

Entraxe **:** a_{12} : distance entre les axes des roues dentées ($O_1, \vec{z_0}$) et ($O_2, \vec{z_0}$)

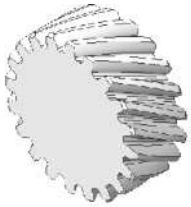
Profil :

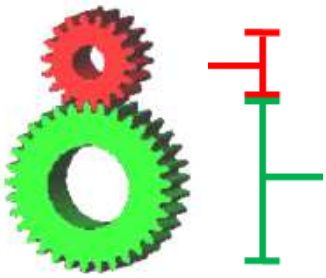
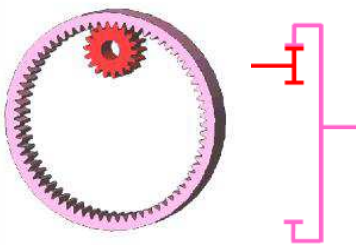
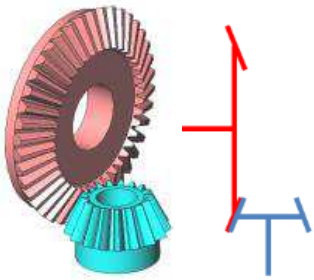


denture droite
Avantages: peut admettre des déplacements axiaux

Inconvénients: vibrations, bruit

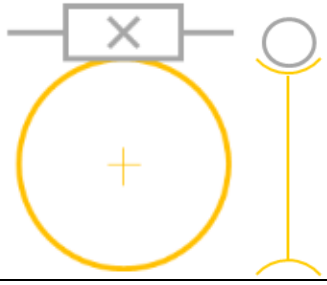
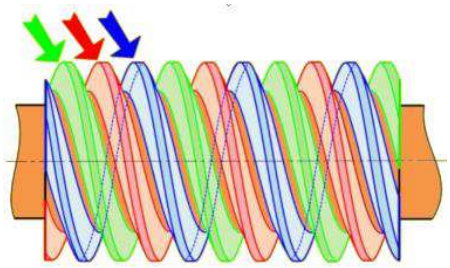
denture hélicoïdale
Avantages: plus silencieux, transmet des couples plus importants
Inconvénient: crée des efforts axiaux



	Engrenage cylindrique extérieur	Engrenage cylindrique intérieur	Engrenage conique
Forme			
Axes de rotation	Parallèles	Parallèles	Concourants
Rapport de transmission	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{D_1}{D_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	$\left\lvert\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}\right\rvert = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$
Entraxe	$a_{12} = \frac{D_1 + D_2}{2} = m.\frac{Z_1 + Z_2}{2}$	$a_{12} = \frac{D_2 - D_1}{2} = m.\frac{Z_2 - Z_1}{2}$	

Dans ce cas, il n'y pas d'inversion du sens de rotation entre les deux roues dentées.

Le signe des composantes des vecteurs vitesse de rotation n'a de sens que si l'on compare le sens des mouvements de rotation autour d'axes parallèles. Il faut donc être prudent lorsqu'il y a des engrenages coniques ou à roue et vis sans fin dans le réducteur.

	Engrenage roue vis sans fin :
Forme	 Exemple, vis à 3 filets : 
Axes de rotation	Orthogonaux non concourants (dits « gauches »)
Rapport de transmission	$\left\lvert \frac{\omega_{roue/0}}{\omega_{vis/0}} \right\rvert = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}}$ avec Z_{vis} : nombre de filets de la vis
	<u>Avantages:</u> rapport de réduction important (jusqu'à 150) et **irréversibilité** si nécessaire (la vis entraîne la roue mais la roue compte tenu de l'inclinaison de l'hélice, ne peut pas entraîner la vis) <u>Inconvénients:</u> faible rendement et forte usure.

Ce qui peut être utile pour des raisons de sécurité. Sur un treuil de levage par exemple, pour éviter que la charge ne devienne entraînante en cas de coupure d'énergie

4- train d'engrenages simple

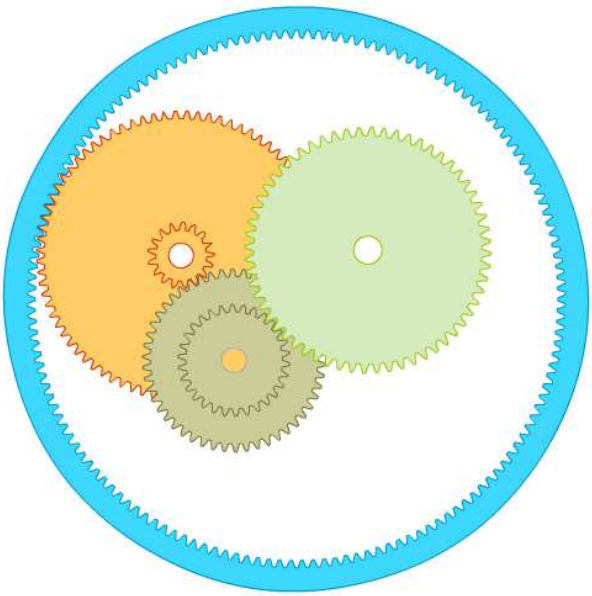
Dans un transmetteur, on peut associer plusieurs engrenages à la suite pour augmenter le rapport de réduction ou de multiplication. On parle alors de train d'engrenages.
Quand tous les axes de rotation des roues dentées sont fixes par rapport au bâti, on parle de train simple.

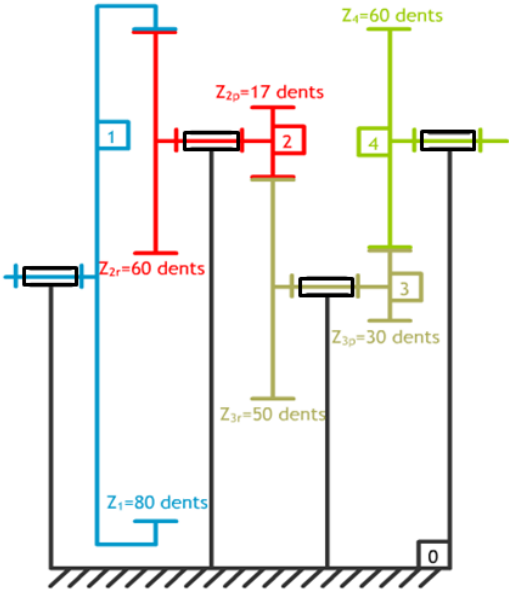
Rapport de transmission d'un train simple d'engrenages :

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \prod rapport_i = \prod \frac{\pm X_{ei}}{X_{si}}$$ X pouvant être un nombre de dents ou un diamètre

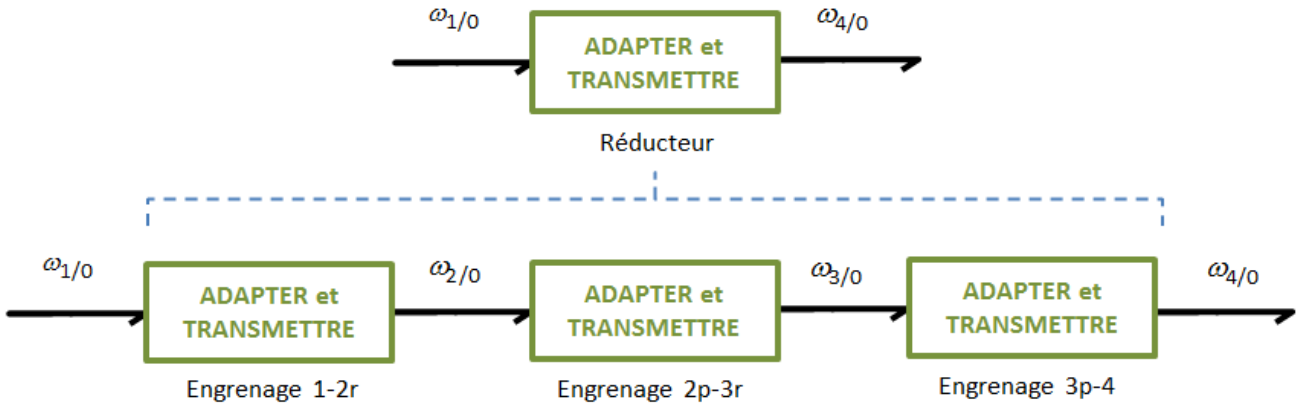
ou $$\left\lvert \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} \right\rvert = \prod rapport_i = \prod \frac{X_{ei}}{X_{si}}$$ si le train comporte des engrenages coniques ou roue/vis sans fin

Application: rapport de transmission d'un réducteur à train simple





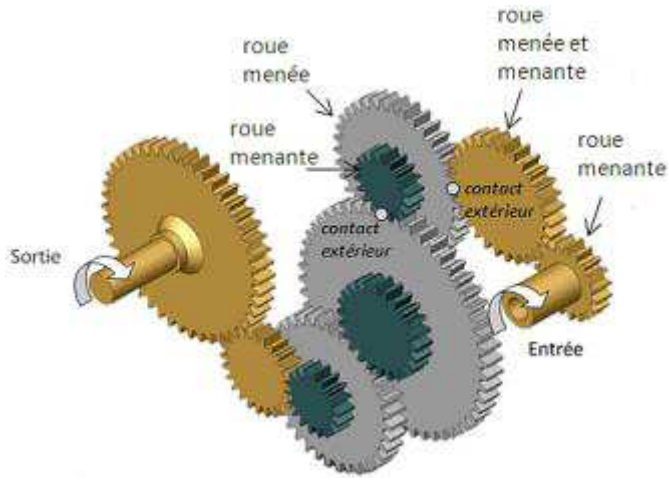
Soit 1 la roue d'entrée et 4 la roue de sortie. Déterminer le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$



Le rapport de transmission est tel que :

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} \times \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}} \times \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{3/0}} = \frac{Z_1}{Z_{2r}} \cdot \frac{-Z_{2p}}{Z_{3r}} \cdot \frac{-Z_{3p}}{Z_4}$$

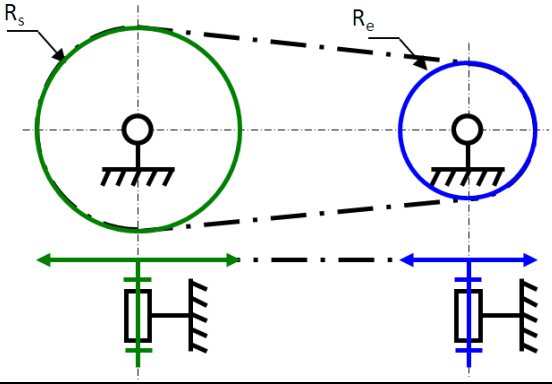
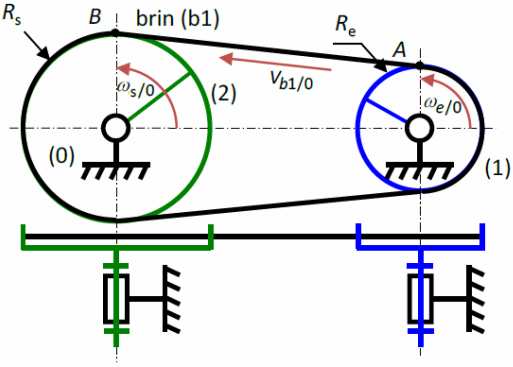
$$= \frac{30}{60} \cdot \frac{17}{50} \cdot \frac{80}{60} = 0{,}23 \approx \frac{1}{4}$$



Remarque: roue menante et menée
Dans un train d'engrenages, on qualifie de **roue menante** toute roue motrice, et de **roue menée** toute roue réceptrice.
Si une roue est à la fois menante et menée, son nombre de dents n'intervient pas dans le rapport de transmission mais la roue intervient sur le sens de rotation.

5- Pignons-chaîne et poulies-courroie

Ces transmetteurs sont particulièrement avantageux quand il s'agit de transmettre un mouvement de rotation entre deux axes parallèles distants.

Pignons-chaîne	***Poulies-courroie***
	

Application : vélo *Courroie synchrone de distribution de moteur thermique*

Considérons le brin supérieur (b_1) de la courroie, tendu entre les 2 poulies. En supposant que la courroie ne glisse pas sur les poulies, nous avons :

En A : $\overrightarrow{V_{A\in b1/1}} = \vec{0}$ donc $V_{b1/0} = R_e.\ \omega_{e/0}$

En B $\overrightarrow{V_{B\in b1/1}} = \vec{0}$ donc $V_{b1/0} = R_S.\ \omega_{S/0}$ soit , d'où $R_S.\ \omega_{S/0} = R_e.\ \omega_{e/0}$

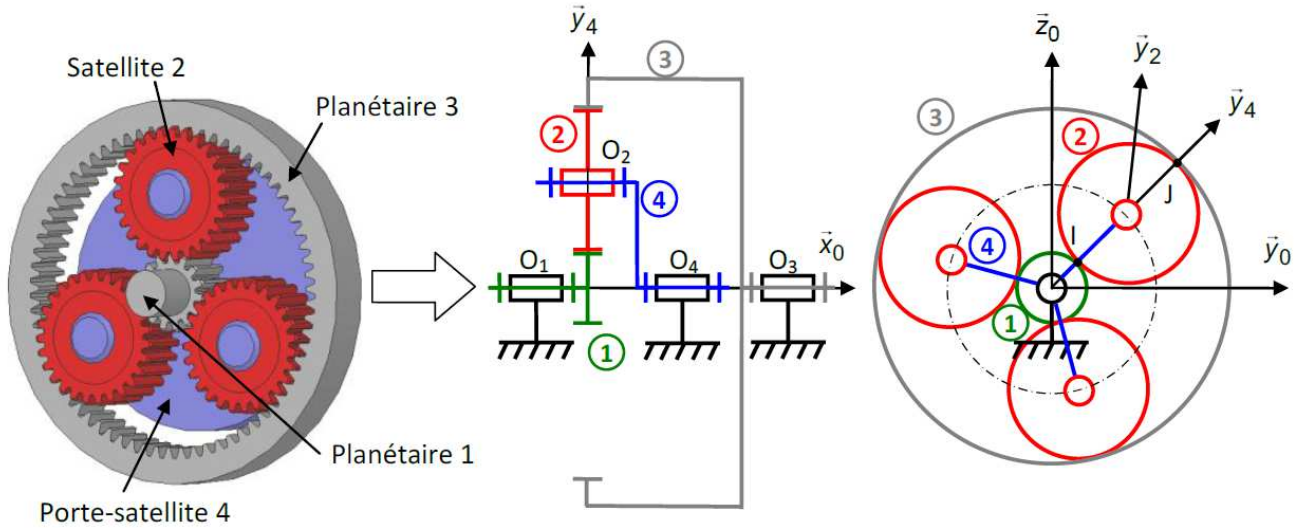
Dans ces transmetteurs, les poulies ou les pignons tournent dans **le même sens**. Le rapport de transmission s'écrit :

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{D_e}{D_s} = \frac{Z_e}{Z_s}$$

6- Réducteurs et multiplicateurs à trains épicycloïdaux

6-1 Satellite, porte-satellite et planétaires

Pour obtenir un grand rapport de transmission avec un train d'engrenages simple, il faut utiliser plusieurs étages, ce qui est lourd et encombrant. Les trains épicycloïdaux permettent d'obtenir de grands rapports de réduction dans un faible encombrement.



Remarque : L'utilisation de plusieurs satellites ne modifie pas le comportement cinématique du train épicycloïdal mais permet de répartir les efforts entre les satellites et ainsi d'améliorer la durée de vie.

Constituants

satellite	Roue dentée dont l'axe de rotation n'est pas fixe par rapport au bâti.
porte-satellite	Pièce en rotation d'axe fixe par rapport au bâti, sur laquelle sont montés le(s) satellite(s).
planétaire	Roue dentée (pignon ou couronne) d'axe fixe par rapport au bâti, qui engrène avec le(s) satellite(s).

Souvent
- l'un des deux planétaires est l'entrée ;
- l'autre planétaire est fixe ;
- le porte-satellites est la sortie.

6-2 Relation de Willis

Si on observe le mouvement depuis le porte-satellite, on retrouve une situation où tous les axes sont fixes (par rapport au porte-satellite), comme dans le cas des trains simples.

Pour déterminer la loi d'entrée-sortie d'un train épicycloïdal, on utilise la formule pour les trains simples, non-pas vue du bâti mais du porte-satellite, en prenant comme entrée et sortie les planétaires :

$$\boxed{\lambda = \frac{\omega_{pla\ A/\ ps}}{\omega_{pla\ B/\ ps}} = \prod rapport_i}$$

λ : raison de base du train épicycloïdal (rapport de transmission vu du porte satellite)

pla A : planétaire A pla B : planétaire B ps : porte satellite

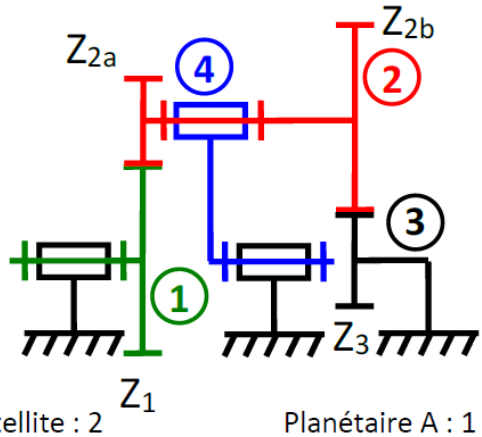
Par composition des vitesses angulaires on obtient :

$$\lambda = \frac{\omega_{pla\ A/0} - \omega_{ps/0}}{\omega_{pla\ B/0} - \omega_{ps/0}}$$

Un train épicycloïdal est un système à 3 entrées-sorties : $\omega_{pla\ A/0}$, $\omega_{pla\ B/0}$, $\omega_{ps\ /0}$
L'utilisation d'un train épicycloïdal nécessite alors **d'imposer la vitesse angulaire** par rapport au bâti de deux des trois entrées possibles : $\omega_{pla\ A/0}$, $\omega_{pla\ B/0}$, $\omega_{ps\ /0}$.
Dans la pratique, on bloque souvent l'une d'entre-elles ; on impose la vitesse angulaire d'entrée à la deuxième ; la troisième délivre alors la vitesse de sortie.

Démarche pour déterminer la loi entrée-sortie cinématique d'un train épicycloïdal :
1- Écrire la relation de Willis et calculer la raison de base **sans tenir compte du fait que certains éléments sont bloqués.**
2- Simplifier la relation obtenue en tenant compte des particularités : éléments ayant une vitesse nulle ou imposée.

Exemple : rapport de transmission d'un train épicycloïdal
Soit 1 la pièce d'entrée de ce transmetteur et 4 la pièce de sortie.



Satellite : 2 Planétaire A : 1
Porte-satellite : 4 Planétaire B : 3

On veut déterminer le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$

Etape 1 : on calcule la raison de base λ

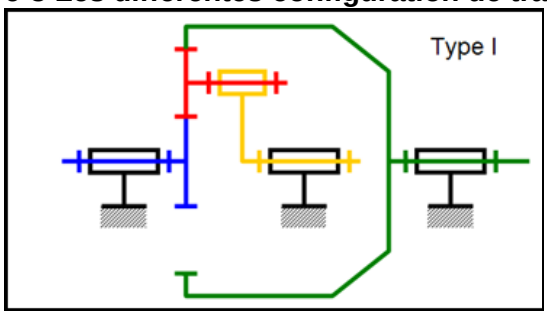
$$\lambda = \frac{\omega_{pla\ A/0} - \omega_{ps/0}}{\omega_{pla\ B/0} - \omega_{ps/0}} = \frac{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}$$

et $\lambda = \prod rapport_i = -\frac{Z_{2a}}{Z_1}.\left(-\frac{Z_3}{Z_{2b}}\right) = \frac{Z_{2a}.Z_3}{Z_1.Z_{2b}}$

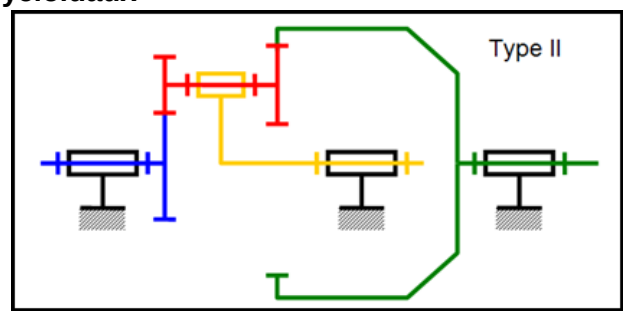
Etape 2 : on a $\omega_{3/0} = 0$ donc $\lambda = \frac{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}{0 - \omega_{4/0}} = 1 - \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{4/0}}$ soit $\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{4/0}} = 1 - \lambda$ et donc $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{1}{1-\lambda}$

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{1}{1-\lambda} = \frac{Z_1.Z_{2b}}{Z_1.Z_{2b} - Z_{2a}.Z_3}$$

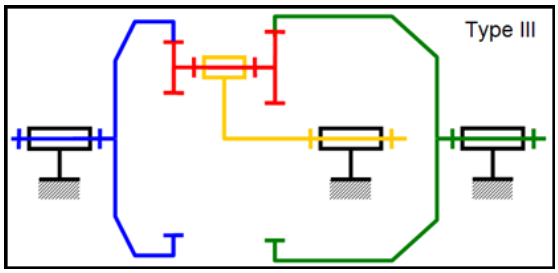
6-3 Les différentes configuration de trains épicycloïdaux



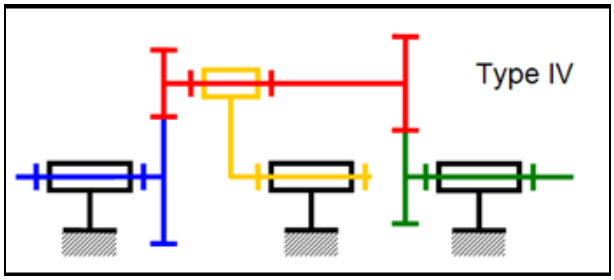
Roue, couronne et satellite commun



Roue, couronne et 2 satellites



2 couronnes et 2 satellites



2 roues et 2 satellites

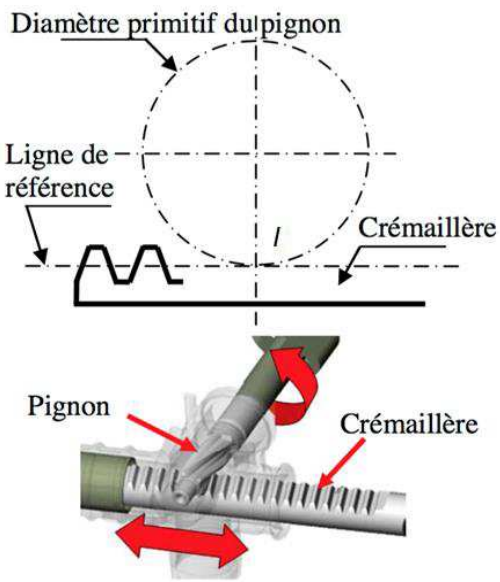
7- Les transformateurs de mouvement

7-1 Transmetteur pignon-crémaillère

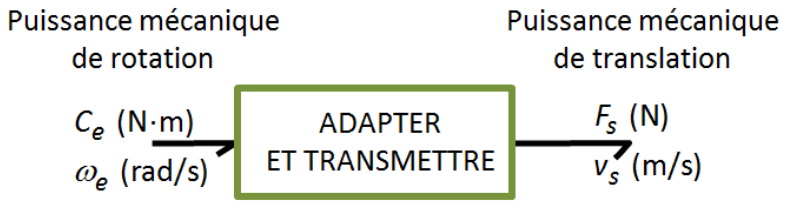
Il permet de transformer un mouvement de rotation en mouvement de translation

Il y a roulement sans glissement du cercle primitif du pignon sur la ligne de référence de la crémaillère.

Au point I la vitesse de glissement : $\overrightarrow{V_{I\in pignon/crémaillère}} = \vec{0}$



Si le pignon est guidé en rotation par rapport à un bâti et la crémaillère en translation, ce transmetteur réalise, de façon réversible, la transformation d'une puissance mécanique de rotation en puissance mécanique de translation.



Transmetteur pignon-crémaillère

Avec : - ω_e : vitesse angulaire du pignon par rapport au bâti ;
- C_e couple (effort « tournant ») appliqué sur le pignon ;
- v_s vitesse de translation de la crémaillère par rapport au bâti ;
- F_s effort appliqué sur la crémaillère.

La loi entrée-sortie cinématique est :

$|V_s| = R.|\omega_e|$ avec R rayon primitif du pignon

Si on s'intéresse aux déplacements, on a : $\Delta x = R.\Delta\theta$ avec θ angle de rotation du pignon en radian

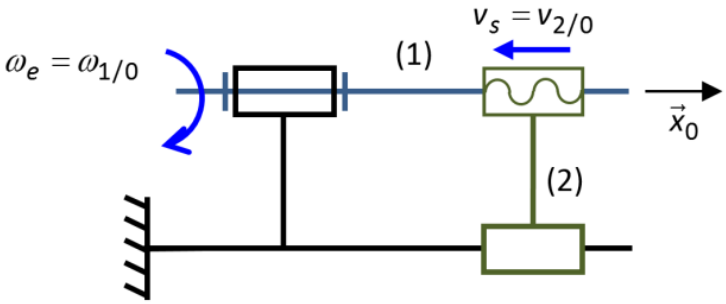
Remarque 1 : $R = \frac{D}{2} = \frac{m.Z}{2}$ si Z est le nombre de dents du pignon et m son module

Remarque 2 : un transmetteur pignon-crémaillère est un engrenage dont une des « roues » a un rayon infini (la crémaillère). Son « cercle primitif » est donc une droite.

7-2 Transmetteur vis-écrou

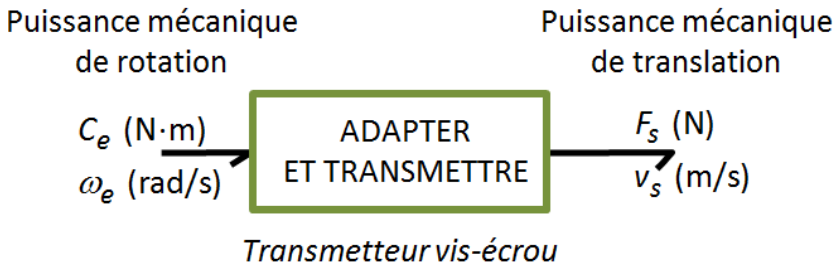
Il permet de transformer un mouvement de rotation en mouvement de translation. L'entrée est généralement la rotation de la vis, la sortie la translation de l'écrou.

Transmetteur vis-écrou à billes



Modèle cinématique d'un axe linéaire basé sur un transmetteur vis-écrou

Si la vis motorisée **1** est guidée en rotation par rapport au bâti **0**, et l'écrou **2** en translation, ce transmetteur réalise, de façon réversible ou pas, la transformation d'une puissance mécanique de rotation en puissance mécanique de translation.



Transmetteur vis-écrou

Avec : - ω_e : vitesse angulaire de la vis 1 par rapport au bâti 0 ;
- C_e couple (effort « tournant ») appliqué sur la vis 1 ;
- v_s vitesse de translation de l'écrou 2 par rapport au bâti 0 ;;
- F_s effort appliqué sur l'écrou 2.

La relation cinématique est :

$$|V_s| = \frac{pas}{2.\pi}.|\omega_e|$$

le pas de la vis et de l'ecrou correspond à la distance entre 2 filets consécutifs (dans le cas de vis écrou à un filet)

Si on s'intéresse aux déplacements, on a : $\Delta x = \frac{pas}{2.\pi}..\Delta\theta$ avec θ angle de rotation de la vis en radian

Axe linéaire comprenant un guidage en translation, un moteur électrique et un transmetteur vis-écrou

Savoirs

Je connais :

- les différents types d'engrenages
- les relations cinématiques pour les roues de friction, les engrenages, les poulies courroies et pignon chaînes
- les relations cinématiques pour les trains épicycloïdaux
- les relations cinématiques pour les pignons crémaillères et les vis écrou

Savoir-faire

Je sais :

- Identifier le type de transmetteur de puissance
- mettre en œuvre les relations pour trouver la loi entrée sortie cinématique
- mettre en œuvre la formule de Willis dans le cas des trains épicycloïdaux