PCSI vers PC **DM de physique**

A faire pour la rentrée de septembre 2019.

Ce DM a pour objectif de vous faire réviser certaines parties du programme de première année qui seront importantes dans les mois qui suivront la rentrée de septembre. Au-delà de ce DM je vous encourage fortement cet été à réviser l'ensemble du programme (en insistant sur les points qui vous ont paru difficiles) et en particulier à rédiger des fiches sur chaque chapitre si cela n'est pas encore fait. L'enseignement de première année est au programme du concours et tombe régulièrement aux écrits comme aux oraux ! Bon courage, et bonnes vacances - méritées - !

Pour toute question : d.baro@cpge-brizeux.fr

Consignes :

- à rédiger au propre, si possible en entier, de manière individuelle, en vous entraidant si besoin.
- Une correction est fournie (il s'agit d'exemples, d'autres méthodes sont sans doute possibles). La correction n'est là que pour vous débloquer en cas de besoin. Une fois débloqué(e), il faut reprendre la rédaction par vous-même.
- Partie obligatoire du DM : exercices 1, 2, 3. Partie facultative : problème n°1 et 2.
- note individuelle sur 10, en auto-évaluation, à me fournir à la rentrée de septembre, accompagnée de votre copie et brouillons éventuels.
- deux barèmes d'auto-évaluation possibles (à vous de choisir) :

<table>
<tr><th>Barème n°1
Plutôt pour ceux d'entre vous qui ont des résultats bas à moyens en physique</th><th colspan="2">Barème n°2
Plutôt pour ceux d'entre vous qui ont des résultats moyens à hauts en physique</th></tr>
<tr><td rowspan="2">La rédaction au propre de votre DM est peut-être incomplète, voire très incomplète, MAIS vous avez passé du temps à le travailler (réflexion au brouillon, révision des points de cours associés, analyse de la correction du DM...).
Votre note sur 10 correspond au nombre d'heures, chronométrées, à travailler sur ce DM.
Ex : 7 heures de travail donne une note de 7/10.
Vous tiendrez compte des heures de révision du cours de première année si elles sont directement utilisées pour dépasser des difficultés rencontrées lors du DM.</td><td>Votre rédaction est quasi-complète ou complète ; la grande majorité des points de cours abordés dans le DM et des capacités / méthodes mises en œuvre sont maîtrisés après rédaction.</td><td>Entre 8 et 10</td></tr>
<tr><td>La majorité du DM est rédigée ; vous avez peut-être une partie du reste du DM au brouillon. La majorité des points de cours abordées dans le DM et des capacités / méthodes mises en œuvre sont maîtrisées, mais il peut subsister des questions non abordées qui paraissent difficiles.</td><td>Entre 6 et 8</td></tr>
</table>

Exercice n°1 : Lunette astronomique (CCP PC 2015)

→ Optique géométrique

La lunette astronomique est un système centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1, de distance focale f'_1 et de diamètre D_1. L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2, de distance focale f'_2 et de diamètre D_2.

L'objectif donne, d'un objet éloigné, une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

B.1.1- A quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accommode pas (ne se fatigue pas) ? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire. Ce système optique possède-t-il des foyers ? Comment se nomme un tel système optique ?

B.1.2- Rappeler les conditions de Gauss. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle θ avec l'axe optique et émergeant sous un angle θ' dans les conditions de Gauss (figure 7).

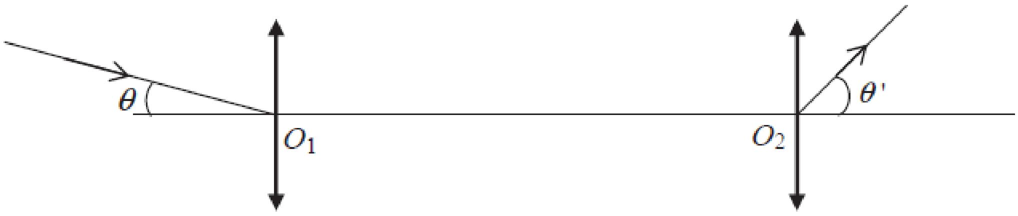


Figure 7 : lunette astronomique

Déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ en fonction de f_1' et f_2', et calculer ce grossissement si $f_1' = 1{,}0$ m et $f_2' = 20$ mm.

B.2- On considère un faisceau lumineux issu d'un point objet A à l'infini sur l'axe optique de la lunette (figure 8). Sans respect des échelles, représenter le devenir d'un tel faisceau lumineux limité par la monture de la lentille objectif (encore appelée diaphragme d'ouverture).

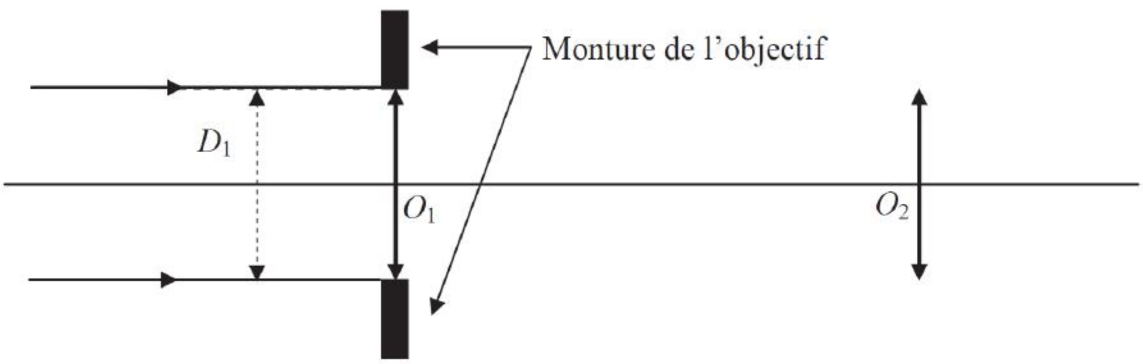


Figure 8 : lunette astronomique et diaphragme d'ouverture

Exprimer le diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire en fonction du grossissement G de la lunette ainsi que du diamètre D_1 du diaphragme d'ouverture.

Après avoir calculé la valeur numérique du diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire, montrer que c'est le diaphragme d'ouverture, de diamètre D_1, qui le limite et non l'oculaire de diamètre D_2. On donne $D_1 = 10$ cm et $D_2 = 6$ mm.

B.3- On considère un objet ponctuel situé à l'infini en dehors de l'axe optique et dans la direction θ par rapport à ce dernier (figure 9). Expliquer, de façon qualitative, ce qu'il advient des rayons lumineux lorsque l'angle θ devient trop important. On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette. Pouvez-vous justifier cette affirmation ?

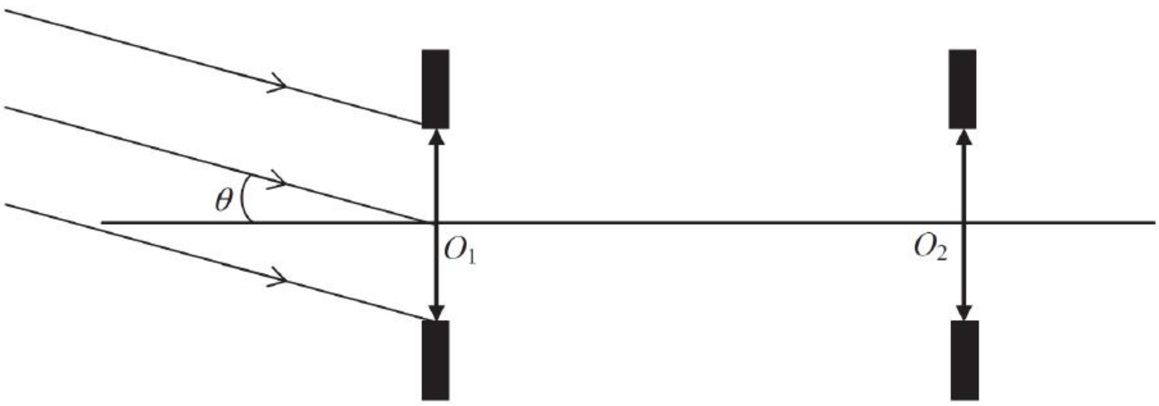


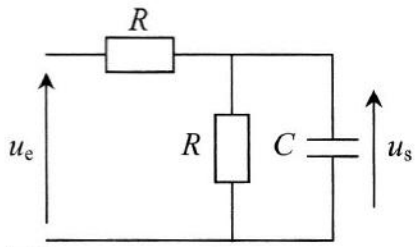
Figure 9 : lunette astronomique et diaphragme de champ

B.4- L'objectif d'une lunette astronomique doit être capable de donner une image parfaite d'un point infiniment éloigné. Pour cela, il doit, notamment, être achromatique. D'où provient l'aberration chromatique d'une lentille ? Comment, en physique, qualifie-t-on ce type de milieu ?

Exercice n°2 : Filtre RC

→ Electrocinétique

On étudie le filtre ci-contre.

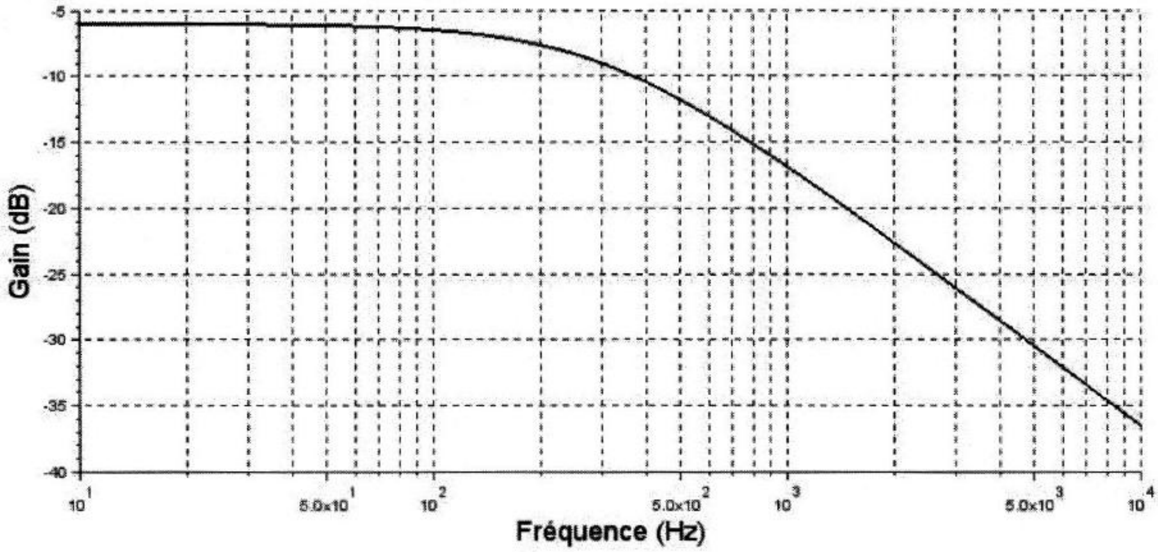


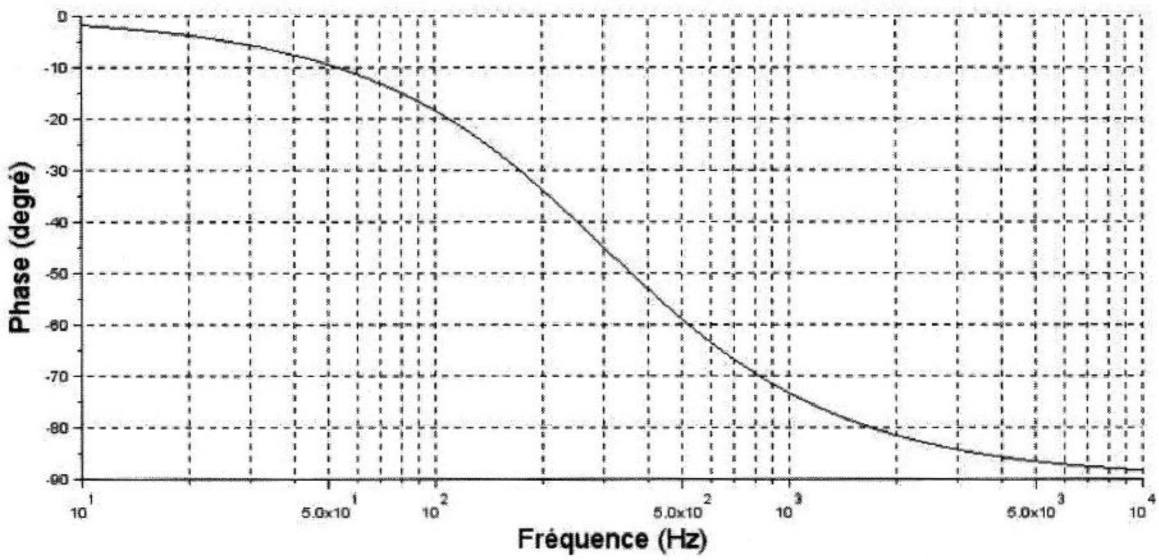
1. En effectuant un schéma équivalent en BF (basse fréquence), puis un autre en HF (haute fréquence), déterminer sans calcul le type de ce filtre.

2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(x)$ de ce filtre en fonction de $x = RC\omega$.

3. Déterminer sa pulsation de coupure ω_c en fonction de R et C.

4. On a tracé ci-dessous le diagramme de Bode de ce filtre. Justifier les parties rectilignes du diagramme de Bode en gain. Déterminer un ordre de grandeur du produit RC.



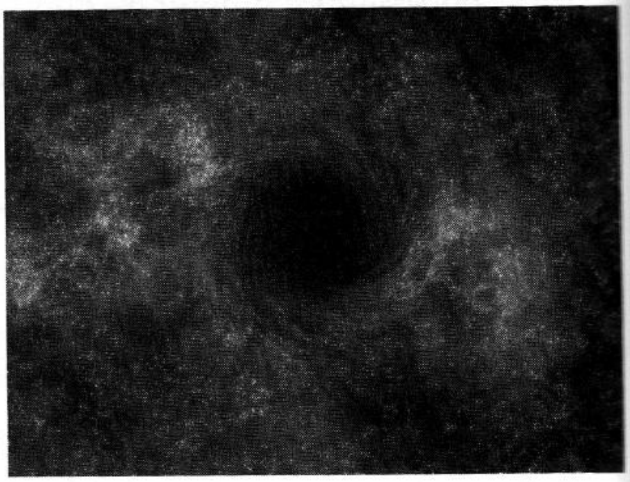


5. En haute fréquence, pourquoi parle-t-on d'une intégration ? Comment vérifie-t-on cette propriété sur le diagramme de Bode en gain ? Vers quelle valeur tend alors le déphasage de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$?

6. Déterminer l'amplitude du signal de sortie si l'entrée vaut $10\cos\left(2\pi\cdot 900t + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

Exercice n°3 : Trou noir

→ Mécanique



En 1783, le physicien britannique John Michell eut l'idée pour la première fois de l'existence d'astres dont la gravitation serait si forte que même la lumière ne pourrait s'en échapper. L'idée fut reprise par Laplace en 1796, puis oubliée car elle semblait trop abstraite. Elle ressurgit en 1916 dans le cadre de la relativité générale, lorsque le jeune Karl Schwarzschild vit apparaître un tel objet dans les solutions des équations d'Einstein. Ce concept fut développé par la suite, et la dénomination de *trou noir* s'est imposée dans les années 1960. On pense aujourd'hui en avoir détecté un grand nombre.

On se propose de calculer l'ordre de grandeur de la taille d'un trou noir dans le cadre de la physique newtonienne. Considérons pour cela un point matériel P de masse m à proximité d'un astre sphérique de centre O, de masse M et de rayon R. Ce point matériel est soumis uniquement à la force gravitationnelle due à l'astre. On se place dans un référentiel $\mathfrak{R}$ astrocentrique (dans lequel le point O est fixe), qui est supposé galiléen.

1. Exprimer cette force, ainsi que l'énergie potentielle dont elle dérive (supposée nulle à l'infini) et l'énergie mécanique du point matériel P. Cette dernière se conserve-t-elle ?

2. Montrer que le mouvement de P est nécessairement plan. P étant alors repéré par ses coordonnées polaires, démontrer que le produit $r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement.

3. Montrer que l'énergie mécanique peut se mettre sous la forme : $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p\,eff}(r)$ en introduisant une fonction $E_{p\,eff}(r)$ dont on précisera l'expression.

4. Tracer la courbe représentative de $E_{p\,eff}(r)$. À l'aide d'un raisonnement graphique, déterminer pour quelles valeurs de E_m le point P peut « échapper » à l'attraction de l'astre, c'est-à-dire se trouver en état de diffusion.

5. En déduire la vitesse de libération v_{lib} à la surface de cet astre.

6. Un trou noir est un astre pour lequel la vitesse de libération est supérieure à $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$. Calculer le rayon maximal R_S que doit avoir l'astre de masse M pour être un trou noir (ce rayon est appelé rayon de Schwarzschild). Faire l'application numérique avec la masse du Soleil ($M = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg) puis celle de la Terre, et commenter.

Problème n° 1 : Thermodynamique de soirée

→ Thermodynamique

Un groupe d'étudiants désespérés par le cours de thermodynamique prépare le week-end en plaçant au réfrigérateur quatre packs de six bouteilles contenant une boisson à base d'eau minérale (voir ci-dessous).

Estimer le coût financier (visible sur une facture d'électricité) du refroidissement de ces boissons.

Problème n° 2 : Là-haut

→ ??

Combien de ballons ?

CORRECTION

Exercice n°1 : Lunette astronomique (CCP PC 2015)

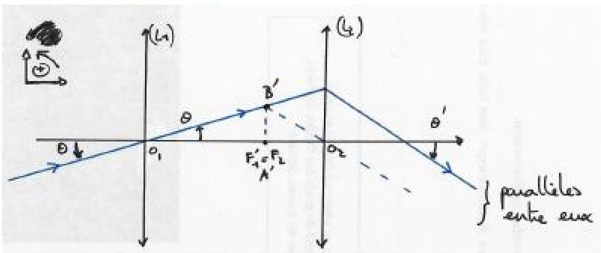
Correction par E. Aubry

B.1.1)

- Un œil normal n'a pas besoin d'accomoder s'il observe un objet situé à l'infini.
- L'image objective doit donc se situer en F_2. Or l'objet éloigné peut être considéré à l'infini donc cette image objective se trouve en F'_1. Ainsi $\boxed{F'_1 = F_2}$
- Ce système ne possède pas de foyer image (l'image d'un objet à l'infini est elle-même à l'infini) ni objet (l'objet donnant une image à l'infini est lui-même à l'infini). On parle donc de <u>système afocal</u>.

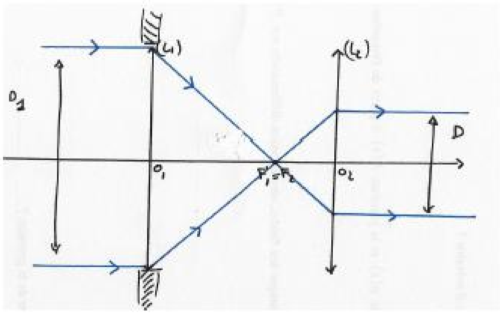
B.1.2)

- <u>Conditions de Gauss :</u> rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique ($\theta \ll 1$) et proches de l'axe optique (par rapport au rayon de la lentille, le rayon doit arriver près du centre, pas près des bords).
- <u>Construction de l'émergent d'un rayon incident :</u>



- <u>Détermination du grossissement :</u>
  - On a : $\tan\theta = \overline{A'B'}/f'_1$ et $\tan\theta' = -\overline{A'B'}/f'_2$
  - signes cohérents avec le cas de la figure
  - Et : $G = \theta'/\theta \simeq \tan\theta'/\tan\theta$ donc
  - $\boxed{G = -f'_1/f'_2}$. <u>AN :</u> $\boxed{G = -50}$.
  - G<0 cohérent avec l'inversion du sens de l'image.

B.2) <u>Construction d'un faisceau lumineux :</u>



- <u>Détermination de D</u>

Thalès : $D_1/D = f'_1/f'_2$ donc $\boxed{D = D_1/|G|}$

- <u>Limitation du faisceau émergent :</u>
  - Si $D > D_2$, c'est l'oculaire qui limite la taille du faisceau émergent. Sinon, c'est l'objectif.
  - <u>AN :</u> $\boxed{D = 2\,\text{mm} < D_2}$.
    <u>La taille de l'objectif limite le diamètre du faisceau émergent.</u>

B.3) Quand le faisceau lumineux s'incline, il ne vient plus frapper l'oculaire (L_2) de façon centrée. S'il est trop incliné, tout ou partie du faisceau "tape" en dehors de (L_2), sur la monture. Ils ne ressortent pas.

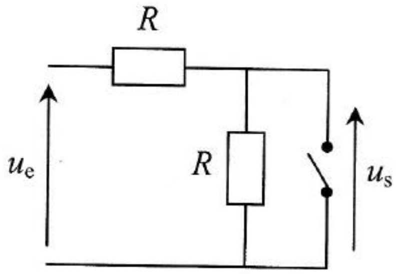
L'oculaire définit donc le diaphragme de champ, c'est-à-dire la zone (le champ) d'espace visible avec la lunette.

B.4) <u>Aberration chromatique :</u> les rayons traversant la lentille sont déviés différemment selon leur longueur d'onde car l'indice optique en dépend (la focale dépend de l'indice $f'(n)$) ; l'image d'un point est donc une tache en lumière polychromatique, les différentes longueurs d'onde la constituant ne convergeant pas au même endroit.

- $n(\lambda)$ <u>: milieu dispersif.</u>

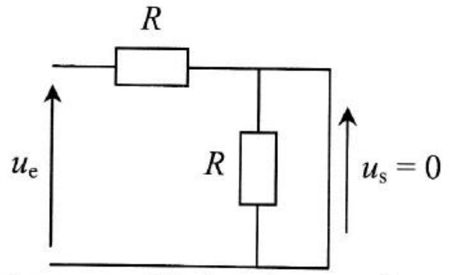
Exercice n°2 : Filtre RC

1. En basse fréquence ($\omega \to 0$) le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, d'où :



Pont diviseur de tension : $u_s = \dfrac{R_0}{R+R_0} u_e$.

En haute fréquence ($\omega \to \infty$) le condensateur se comporte comme un fil, d'où :



La tension u_s est la tension aux bornes d'un fil, elle est donc nulle.

Le signal de sortie est négligeable pour les hautes fréquences, non nul pour les basses fréquences : il s'agit d'un filtre passe-bas.

⇨ *Méthode 9.1*

2. On considère l'association parallèle RC comme un dipôle d'impédance $\underline{Z}_{éq}$ (dont l'admittance est obtenue immédiatement). Diviseur de tension : $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z}_{éq}}{R+\underline{Z}_{éq}} = \dfrac{1}{R\underline{Y}_{éq}+1}$, avec $\underline{Y}_{éq} = jC\omega + \dfrac{1}{R}$, soit $\underline{H} = \dfrac{1}{jRC\omega + 2}$. En posant $x = RC\omega$ on obtient $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1}{2+jx}}$.

On peut mettre la fonction de transfert sous forme canonique avec une partie réelle unitaire pour le dénominateur soit $\underline{H} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{1+j\dfrac{x}{2}}$.

⇨ *Méthode 9.2*

3. Le gain de la fonction de transfert s'écrit $G = \dfrac{1}{\sqrt{4+x^2}}$, il est alors évident que $G_{max} = \dfrac{1}{2}$, qui correspond à la valeur $|H_0|$ si on avait fait une identification avec la forme canonique.

Par définition, $G(x_c) = \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{x_c^2}{4}}}$, donc $4 + x_c^2 = 8$ soit $x_c = 2$. On obtient la pulsation de coupure $\boxed{\omega_c = \dfrac{2}{RC}}$.

De façon inhabituelle, cet énoncé définit une pulsation réduite x qui n'est pas égale à ω/ω_c, on trouve donc une valeur de x_c différente de 1.

4. – Pour $x \ll 1$, la fonction de transfert devient $\underline{H}(x) \approx \frac{1}{2}$.

Soit $G_{\text{dB}} = 20\log(|\underline{H}|) = 20\log(1/2) = -6$ dB, il y a donc une asymptote horizontale à – 6 dB en basse fréquence, et $\varphi = \arg(\underline{H}) = \arg(\underline{H}_0) = 0$ asymptote pour la phase en base fréquence.

– Pour $x \gg 1$, $\underline{H}(x) \approx \frac{1}{jx} = -\frac{j}{x}$.

Soit $G_{\text{dB}} = 20\log(|\underline{H}|) = -20\log x$, le facteur -20 devant $\log x$ indique une pente de l'asymptote de -20 dB/décade et $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ qui représente l'asymptote de la phase.

On détermine la fréquence de coupure par intersection des asymptotes : on lit $f_c = 150$ Hz. Or $\omega_c = 2\pi f_c = \frac{2}{RC}$ donc $RC = \frac{1}{\pi f_c}$. AN $\boxed{RC = 2{,}1 \text{ ms}}$.

✐ *On peut aussi déterminer la fréquence de coupure en déterminant la fréquence pour laquelle le gain est inférieur de 3 décibels à sa valeur maximale.*

⇨ *Méthode 9.5*

5. À haute fréquence, $\underline{H}(x) \approx \frac{1}{jx}$. On reconnaît l'opérateur intégration, caractérisé sur un diagramme de Bode par une pente de –20 dB/décade (division par ω) et un déphasage qui tend vers –90° (division par j).

6. Pour 900 Hz, on lit $G_{\text{dB}} = -9 \cdot 2{,}5 = -22{,}5 \text{ dB} = 20\log G$. On en déduit le gain $G = 10^{-22{,}5/20} = 0{,}075 = \frac{U_{\text{sm}}}{U_{\text{em}}}$. Donc $U_{\text{sm}} = G \cdot U_{\text{em}} = 0{,}075 \cdot 10$ soit $\boxed{U_{\text{sm}} = 0{,}75 \text{ V}}$.

Exercice n°3 : Trou noir

1. Force de gravitation : $\boxed{\overrightarrow{F_g} = -\frac{GMm}{r^2}\overrightarrow{e_r}}$ en posant $\overrightarrow{OP} = r\overrightarrow{e_r}$. Elle dérive de l'énergie potentielle $\boxed{E_p = -\frac{GMm}{r}}$ en prenant l'origine à l'infini. L'énergie mécanique de P est donc $\boxed{E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}}$; elle se conserve puisque la seule force appliquée à P est conservative.

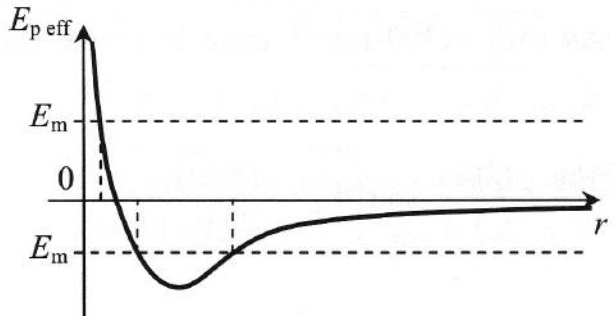
2. Théorème du moment cinétique pour P par rapport à O (centre de force) dans $\mathcal{R}$: $\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F}) = \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F} = \vec{0}$ (vecteurs colinéaires) donc $\overrightarrow{L_O}$ est constant au cours du mouvement. Or $\overrightarrow{L_O} = m\overrightarrow{OP} \wedge \vec{v}(P) \perp \overrightarrow{OP}$ donc $\overrightarrow{OP}$ est toujours orthogonal à un vecteur constant : le mouvement de P a lieu dans le plan contenant O et orthogonal au vecteur $\overrightarrow{L_O}$.

Or $\overrightarrow{L_O} = mr\overrightarrow{e_r} \wedge \left(\dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}\right) = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{\text{cte}}$ donc $\boxed{r^2\dot{\theta} = \text{cte}}$ (notée C).

3. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - \frac{GMm}{r}$ et on utilise la formule précédente pour éliminer la variable $\dot{\theta}$: $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GMm}{r}$, ce qui a bien la forme demandée en posant $\boxed{E_{p\,eff}(r) = \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GMm}{r}}$.

4. L'allure de la courbe est donnée ci-dessous.

$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p\,eff}(r)$ avec $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 > 0$ donc $E_{p\,eff}(r) \leq E_m$: les seules valeurs accessibles de r sont celles qui vérifient cette inégalité. On ajoute donc sur le graphe une droite horizontale représentant la valeur de E_m : seule la partie de la courbe située sous cette droite correspond à des positions accessibles.



– Si $E_m < 0$, alors $r \in [r_{min} ; r_{max}]$, P est dans un état lié.

– Si $\boxed{E_m \geq 0}$, alors $r \in [r_{min} ; +\infty[$, <u>$P$ est dans un état de diffusion</u>, il peut « échapper » à l'attraction gravitationnelle de l'astre et s'éloigner à l'infini.

5. La vitesse de libération est la vitesse minimale permettant d'obtenir un état de diffusion : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} \geq 0$ d'où $\boxed{v \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_{lib}}$.

⇨ *Méthode 15.5*

6. $v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \geq c \Leftrightarrow \boxed{R \leq \frac{2GM}{c^2} = R_S}$.

AN pour la masse du Soleil ; $\boxed{R_S = 3\text{ km}}$; pour la masse de la Terre : $\boxed{R_S = 9\text{ mm}}$.

Il faudrait que toute la masse de la Terre soit concentrée dans une sphère de rayon 9 mm pour qu'elle constitue un trou noir !

Les trous noirs (du moins ceux qui ne sont pas trop massifs) sont donc des astres où <u>la matière est extrêmement concentrée, autant voire plus que la matière nucléaire</u> ($10^{18}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

✎ *On pense aujourd'hui que les trous noirs dont la présence a été détectée proviennent de l'effondrement de certaines étoiles sur elles-mêmes, lorsque l'attraction gravitationnelle n'est plus compensée par l'énergie provenant de la fusion nucléaire.*

Problèmes : éléments d'évaluation

Pas de correction pour l'instant ; c'est la démarche qui est importante !

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …