LAVEUSE AUTOPORTEE

Présentation de la laveuse

La société Nilfisk propose une large gamme d'engins de nettoyage des sols. Celle des laveuses autoportées répond aux besoins de lavage pour des surfaces de plusieurs milliers de km carrés. C'est par exemple le cas des sols de super et hyper-marché. Les qualités de ces machines résident dans leur sécurité d'usage, leur faible nuisance sur l'environnement, leur autonomie et leur maniabilité. Cette maniabilité impose des encombrements minimisés en largeur et des rayons de giration très faibles.

Le modèle étudié dans ce sujet est la laveuse BR 752 dont la structure du châssis à trois roues est privilégiée pour autoriser des rayons de giration très petits.
Sur la gamme actuelle, la motorisation est assurée par la roue avant avec une machine à courant continu.

Une évolution est envisagée qui conduirait à remplacer la motorisation avant par deux moteurs à l'arrière non orientables mais commandés en vitesse. Cette modification doit *a minima* maintenir les performances de la solution existante.

On présente ci-dessous un extrait du cahier des charges

Repères	Expression	Critères	Valeurs
FP1	Permettre à l'utilisateur de laver le sol en se déplaçant	Vitesse en ligne droite	**-2 km/h ≤ V ≤ 6 km/h**
		Vitesse en mode lavage	**0 km/h ≤ V ≤ 3 km/h**
		Freinage sur la roue avant	
		Rayon de courbure	**e/2 ≤ ρ ≤ ∞**
		Précision • erreur en régime permanent pour une vitesse de consigne V_{cons} en ligne droite	**± 10 %**
		Dépassement sur la vitesse	**Aucun**
		Rapidité : temps de réponse à 5 % de la commande en vitesse de la laveuse	**≤ 0,5 s**
FC1	Permettre une mesure de vitesse précise	Plus petite variation mesurable de vitesse des roues	**0,3 km/h**
FC3	Franchir les obstacles	Hauteur d'une bordure	**≤ 1 cm**
FC5	Etre autonome en énergie électrique	Autonomie	**≥ 2 heures**

Figure 1 : extrait du cahier des charges

Etude de la laveuse en fonctionnement

Le fonctionnement de laveuse modifiée est le suivant : le conducteur commande le système via les pédales (accélération et frein) et le volant. La carte de commande génère alors un ordre aux variateurs de vitesse qui distribuent une énergie électrique adaptée aux moteurs électriques des deux roues arrière. La vitesse de rotation en sortie des moteurs électriques est réduite et transmise aux roues. Pour assurer l'asservissement en vitesse des roues (et donc de la laveuse), des capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation des roues.

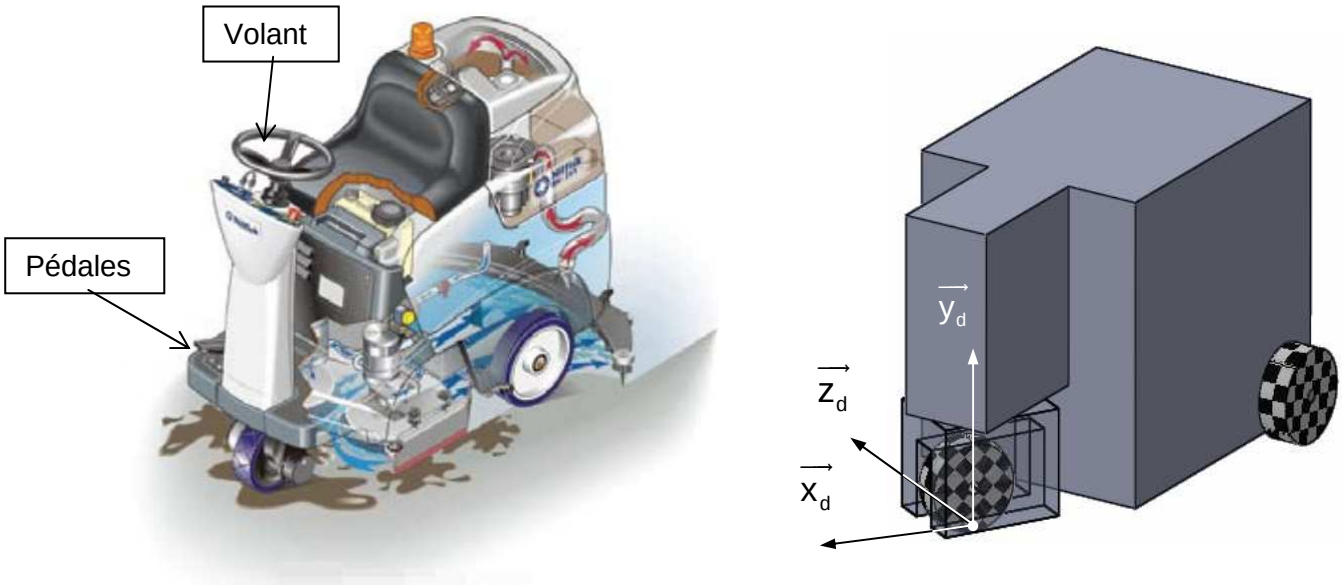


Figure 2 : modèle simplifié de la laveuse

Un modèle simplifié a été construit grâce à un logiciel de Conception Assistée par Ordinateur pour effectuer des simulations numériques.
On peut simuler la rotation de la laveuse en imposant un angle de rotation de la roue avant.
La figure 3 représente les courbes de vitesse de rotation des roues arrière pour la laveuse initiale (moteur à l'avant) et pour un angle de rotation du volant de 30°.

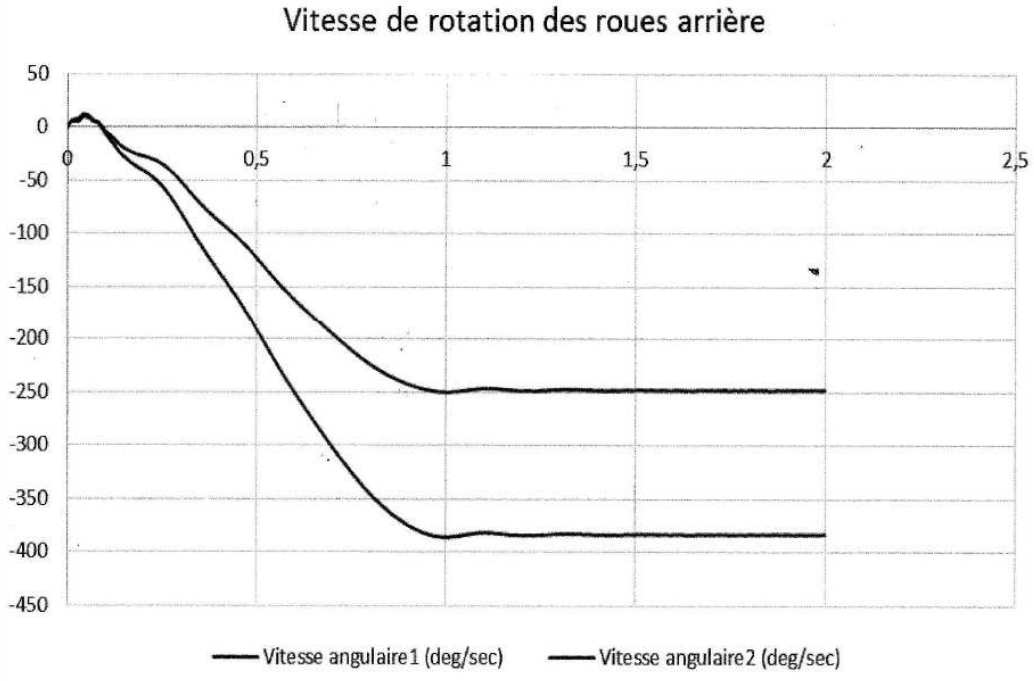


Figure 3 : Laveuse en virage- roue avant motrice- rotation du volant de 30 °

Q1. À partir des courbes de la figure 3 , **commenter** les valeurs de vitesse de rotation des deux roues. **Proposer** la stratégie à adopter pour commander les moteurs sur la nouvelle version de la laveuse (moteurs à l'arrière).

L'objectif de cette partie est de déterminer les lois de commande en vitesse des moteurs arrière.

La vitesse du véhicule sera caractérisée par la grandeur $V(t) = \left\| \vec{V}_{O_L \in R_L / R_0} \right\|$ et l'orientation de la laveuse sera caractérisée par le rayon de courbure $\rho(t)$ de la laveuse en virage (voir figure 4).

Ce rayon de courbure est directement lié à la rotation $\beta(t)$ du volant (l'orientation de la roue avant correspond à la rotation du volant):.
Les consignes en vitesse de rotation des deux moteurs seront reliées aux deux consignes de pilotage $V(t)$ et $\beta(t)$.

Les hypothèses de déplacement sont les suivantes (figure 4) :

- la cinématique du mouvement de la laveuse par rapport au référentiel R_0 peut être considérée comme plane dans le plan $\left(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}\right)$;
- le point O est le centre du virage de la laveuse ;
- la roue arrière gauche est en liaison pivot d'axe $(O_g, \vec{x_L})$ par rapport au châssis du véhicule ;
- la roue avant est en liaison pivot d'axe $(O_a, \vec{x_R})$ par rapport à la direction du véhicule ;
- la roue arrière droite est en liaison pivot d'axe $(O_d, \vec{x_L})$ par rapport au châssis du véhicule ;
- les deux roues arrière roulent sans glisser sur le sol.

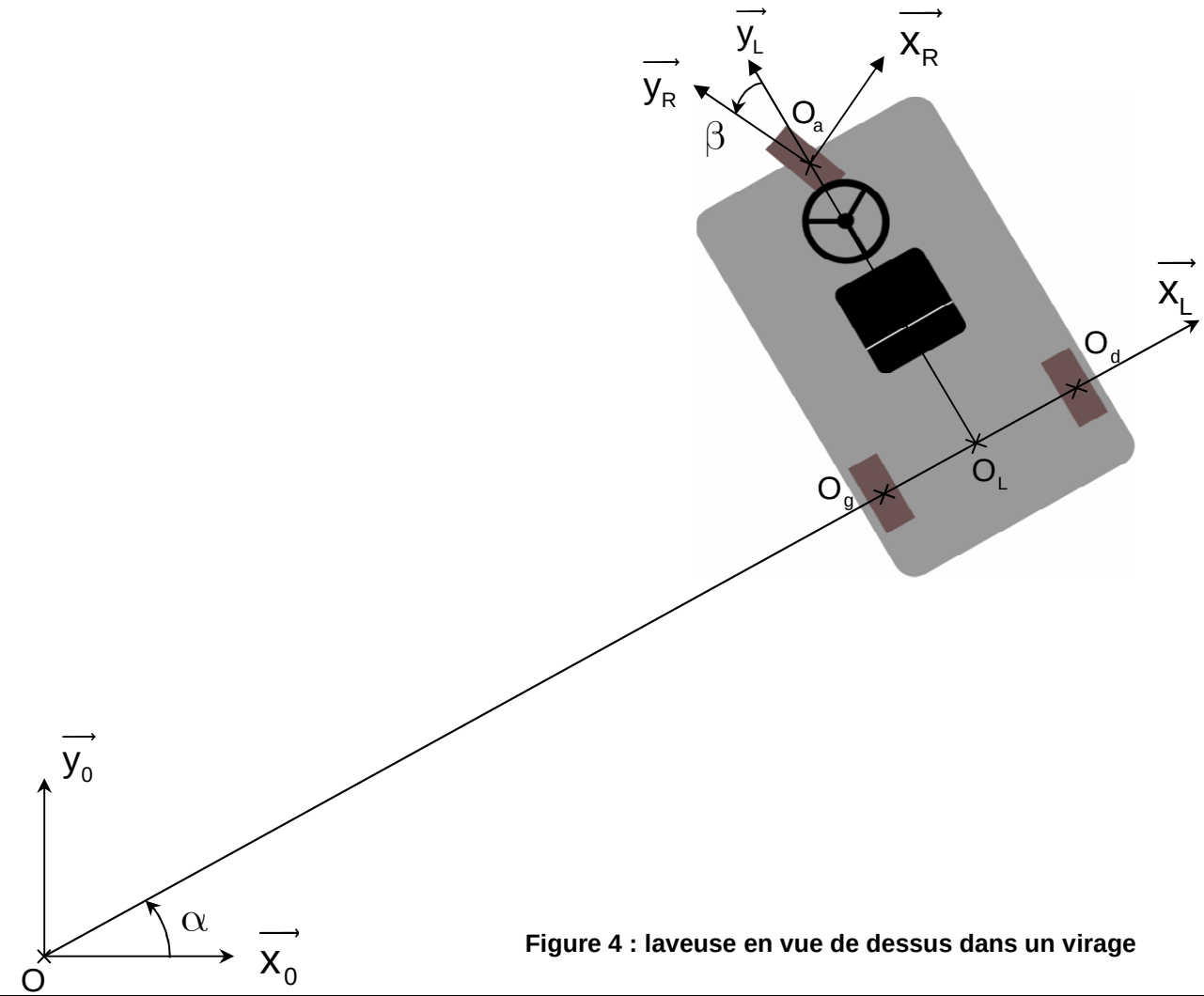


Figure 4 : laveuse en vue de dessus dans un virage

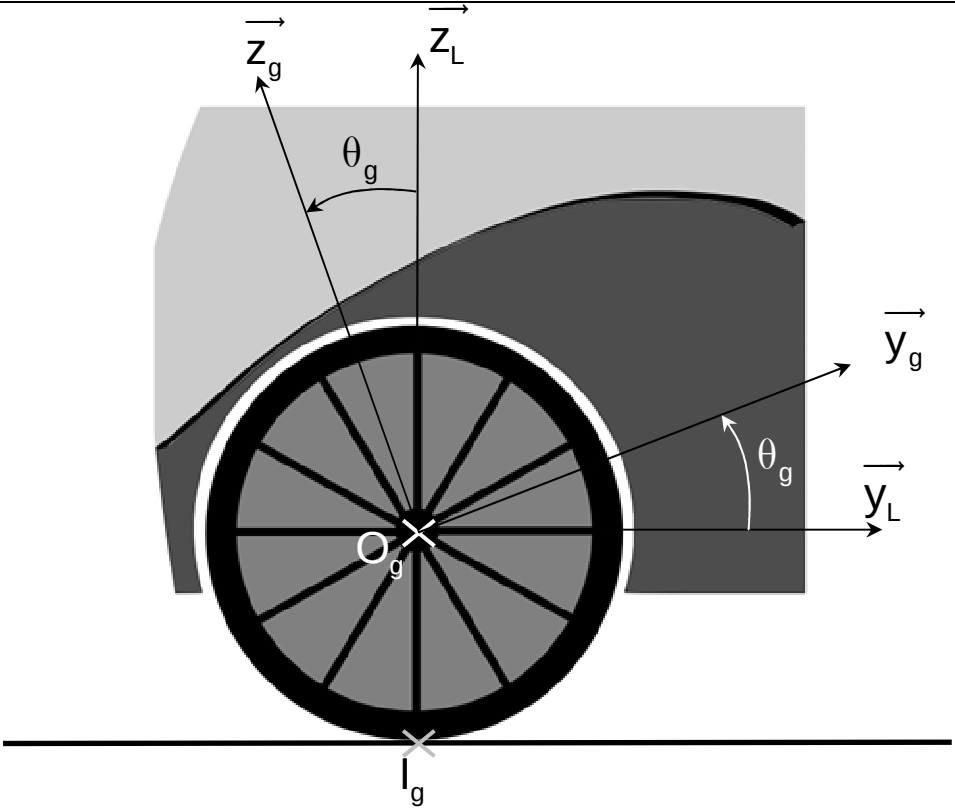


Figure 5 : roue arrière gauche vue de côté

Notations :

- les référentiels :
  - $R_0 = \left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ est fixe et lié au sol ;
  - $R_L = \left(O_L, \overrightarrow{x_L}, \overrightarrow{y_L}, \overrightarrow{z_L}\right)$ avec $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_L}$;
  - $R_g = \left(O_g, \overrightarrow{x_g}, \overrightarrow{y_g}, \overrightarrow{z_g}\right)$ avec $\overrightarrow{x_g} = \overrightarrow{x_L}$;
  - $R_d = \left(O_d, \overrightarrow{x_d}, \overrightarrow{y_d}, \overrightarrow{z_d}\right)$ avec $\overrightarrow{x_d} = \overrightarrow{x_L}$;
- les vecteurs vitesse de rotation :
  - de la laveuse par rapport au sol $\vec{\Omega}(R_L / R_0) = \dot{\alpha}\,\overrightarrow{z_0}$;
  - de la roue gauche par rapport au châssis $\vec{\Omega}(R_g / R_L) = \dot{\theta}_g\,\overrightarrow{x_L}$ avec $\dot{\theta}_g = \omega_g$;
  - de la roue droite par rapport au châssis $\vec{\Omega}(R_d / R_L) = \dot{\theta}_d\,\overrightarrow{x_L}$ avec $\dot{\theta}_d = \omega_d$;
- $\overrightarrow{OO_L} = \rho.\overrightarrow{x_L}$;
- $\overrightarrow{O_gO_L} = \overrightarrow{O_LO_d} = \frac{e}{2}.\overrightarrow{x_L}$ avec $e = 0{,}6\ m$ la largeur de la laveuse ;
- le point de contact entre la roue gauche (droite) et le sol est noté $I_g\ (I_d)$ avec $\overrightarrow{I_gO_g} = \overrightarrow{I_dO_d} = r.\overrightarrow{z_0}$, $r = 0{,}150 m$ le rayon des roues ;
- le torseur cinématique du solide *i* par rapport au solide *j* au point A sera noté :

$$\left\{V_{i/j}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\vec{\Omega}_{i/j}\\ \vec{V}_{A\in i/j}\end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{l}p_{ij}.\overrightarrow{x_k} + q_{ij}.\overrightarrow{y_k} + r_{ij}.\overrightarrow{z_k}\\ u_{ij}.\overrightarrow{x_k} + v_{ij}.\overrightarrow{y_k} + w_{ij}.\overrightarrow{z_k}\end{array}\right\}_A$$

Q2. Faire le graphe de liaison du mécanisme constitué de la laveuse, des 3 roues et du sol. Proposer un schéma cinématique en perspective de ce mécanisme.

Q3. Tracer sur le document réponse 1 l'angle β de rotation du volant. **Faire apparaître** le rayon du virage ρ. **En déduire** géométriquement la relation entre l'angle de rotation du volant β, le rayon du virage ρ, a et b.

Q4. Dans les trois cas ci-dessous, **donner** la valeur de ρ et la relation entre ω_g et ω_d :

- si la laveuse tourne sur elle-même, cela signifie qu'elle tourne autour de l'axe $(O_L,\vec{z_0})$;
- si la laveuse va en ligne droite ;
- donner la valeur de ρ et de ω_g si la laveuse tourne autour de la roue gauche.

Q5. Exprimer la vitesse de la laveuse $\vec{V}_{O_L\in R_L/R_0} = \vec{V}$:

- en fonction de r, e, ω_g et $\dot{\alpha}$ en utilisant la relation de roulement sans glissement au point de contact I_g de la roue arrière gauche avec le sol ;
- en fonction de r, e, ω_d et $\dot{\alpha}$ en utilisant la relation de roulement sans glissement au point de contact I_d de la roue arrière droite avec le sol ;
- en fonction de ρ et $\dot{\alpha}$.

Q6. Exprimer à partir des résultats précédents les expressions de ω_g et ω_d en fonction de V et de ρ et des caractéristiques géométriques du système.

Q7. A partir de la relation trouvée précédemment entre β et ρ, **exprimer** ω_g et ω_d en fonction de V et de β et des caractéristiques géométriques du système.

Ces deux relations servent à commander chaque moteur en fonction de la rotation du volant et de l'enfoncement de la pédale de vitesse.

Dimensionnement des moteurs

La nouvelle structure de la laveuse implique l'utilisation de deux moteurs à l'arrière au lieu d'un à l'avant.

L'objectif de cette partie est de déterminer les caractéristiques des moteurs qui propulseront la laveuse, et de valider le choix de celui-ci.

L'étude qui suit se fait dans le cas particulier où la laveuse avance en ligne droite.

L'asservissement en vitesse est réalisé par :

- un correcteur du signal d'écart entre la vitesse de consigne ω_C et la vitesse mesurée ω des roues. Ce correcteur de fonction de transfert C(p) fournit $V_\alpha(p)$ la tension de commande du convertisseur statique ;
- un convertisseur statique qui, à partir de la tension $V_\alpha(p)$, fournit la tension $U_m(p)$ au moteur. L'expression de sa fonction de transfert $H_C(p)$ est abordée dans les questions suivantes ;
- le moteur tournant à la vitesse ω_m modélisé par sa fonction de transfert $H_m(p)$;
- un réducteur de rapport de réduction $k = \frac{\omega}{\omega_m} = \frac{1}{55}$;
- un capteur de vitesse, sous la forme d'une génératrice tachymétrique (GT) modélisée par un gain pur $G_0 = 1$ V·rad^{-1}·s.

Les équations différentielles qui caractérisent le comportement des moteurs de la laveuse sont :

- $u_M(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \dfrac{di(t)}{dt} + e(t)$
- $J \cdot \dfrac{d\omega_m}{dt} = C_m(t)$
- $e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$
- $C_m(t) = K_t \cdot i(t)$

Avec :

-u_m, tension aux bornes de l'induit (en V) ;
-i, courant d'induit (en A) ;
-e, force contre-électromotrice (en V) ;
-R = 0,55 Ω : résistance d'induit ;
-L = 1,6 mH : inductance d'induit ;
-c_m, couple exercé par le moteur (en N·m) ;

- J = 0,015 kg·m^2, moment d'inertie total des parties mobiles ramenées sur l'arbre moteur ;
- K_t = 0,06 N·m·A^{-1}, constante de couple ;
- K_e = 0,06 V·rad^{-1}·s, constante de vitesse ;
- r = 0,15 m, rayon de la roue.

Q8. Sur le document réponse 1, **compléter** le schéma bloc du fonctionnement du moteur à courant continu.

Q9. Calculer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\omega(p)}{U_m(p)}$.

Q10. En posant $\tau_e = \dfrac{L}{R}$ et $\tau_{em} = \dfrac{JR}{K_e K_t}$, **justifier** qu'elle puisse être mise sous la forme $H_m(p) = \dfrac{B_0}{(1+\tau_{em}.p)(1+\tau_e.p)}$.

Par la suite, quels que soient les résultats trouvés :
- on prendra $B_0 = 16{,}7 \text{ rad}/(\text{s}\cdot\text{V})$ et τ_{em} = 2,3 s, on négligera la constante τ_e : $\tau_e \approx 0$
- on supposera que le correcteur a pour fonction de transfert C(p) = C_0.

Q11. Sur le document réponse 1, **compléter** le schéma bloc de l'asservissement en vitesse de l'un des moteurs.

K_a est le coefficient de mise en forme de la consigne de vitesse, exprimé en V/(rad·s^{-1}).

Q12. Comment choisir le gain K_a pour que la vitesse ω(t) soit correctement asservie ?

On soumet le convertisseur statique à un échelon de V_α, on obtient la réponse indicielle U_m présentée à la figure 6.

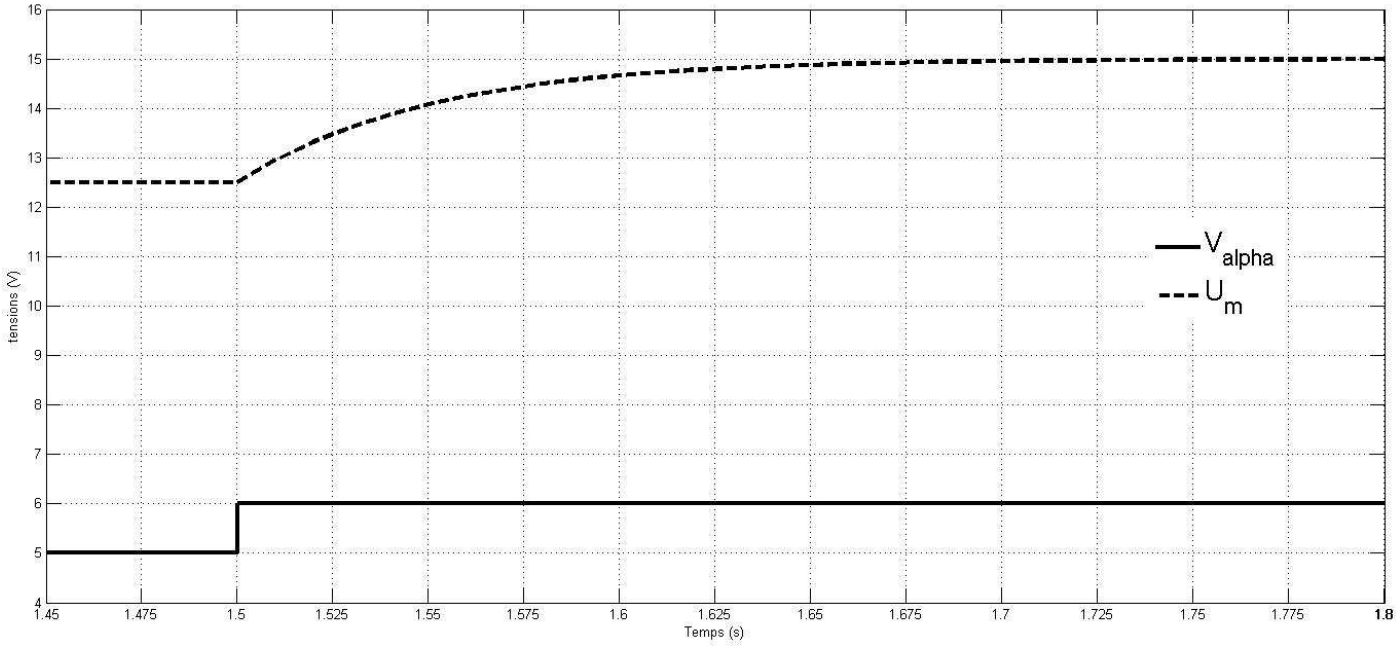


Figure 6 : réponse indicielle de U_m à un échelon de V_α

Nous supposerons que $H_c(p)$ est une fonction de transfert de type passe-bas du premier ordre et peut donc se mettre sous la forme $H_C(p) = \frac{A_0}{1+\tau p}$.

Q13. Faire les constructions sur le document réponse 2. **Déterminer** le temps de réponse à 5%. Ce temps de réponse est égal à $3.\tau$. En déduire la valeur de τ. Ne pas oublier les unités

Déterminer numériquement les variations de la consigne Δ_{cons} , ainsi que les variations de la sortie Δ_s

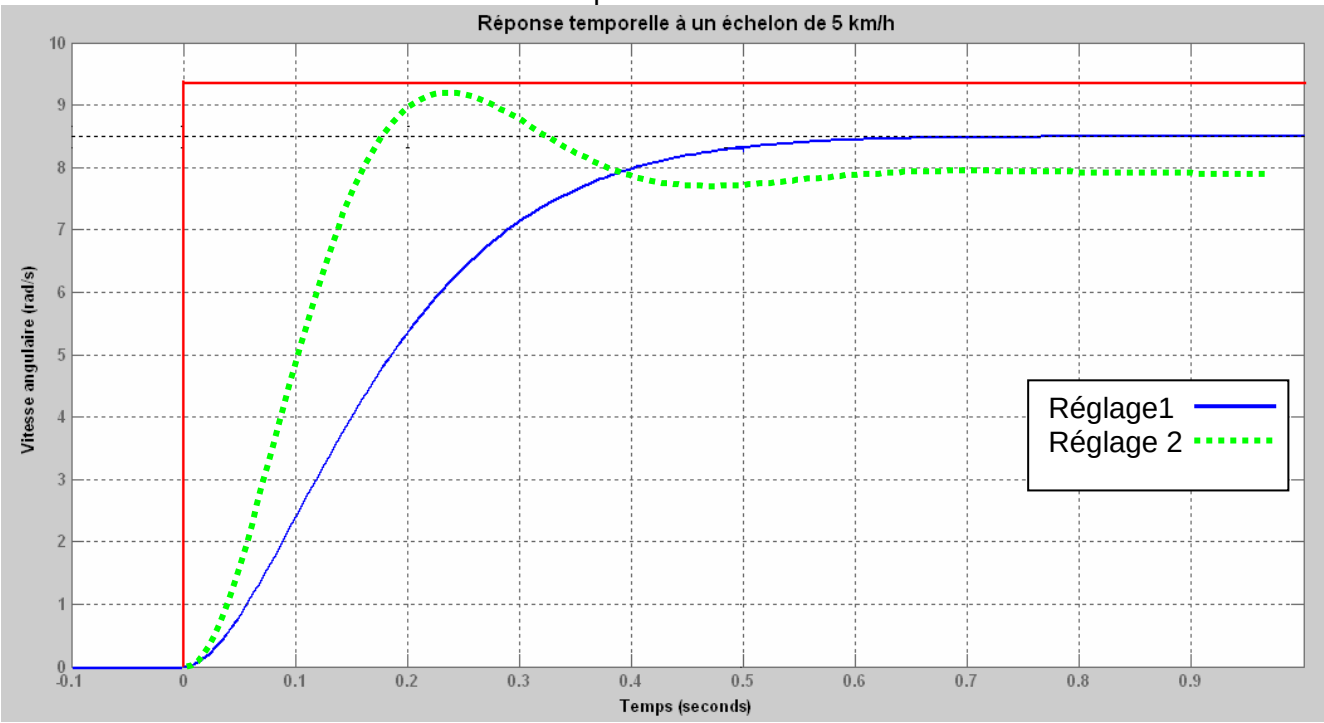
On a $A_0 = \frac{\Delta_s}{\Delta_{cons}}$ calculer numériquement A_0 Ne pas oublier les unités

Q14. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_c(p)}$ en fonction de A_0, B_0, C_0, G_0, k, τ_{em} , τ et K_a; et la **mettre** sous la forme canonique

$$FTBF(p) = \frac{\alpha}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

Q15. On souhaite que la laveuse réponde à une consigne de vitesse le plus rapidement possible et sans dépassement. On doit donc prendre comme valeur 1 pour le coefficient d'amortissement ξ.. **En déduire** la valeur de C_0 .

On donne ci-dessous la courbe obtenue après un essai en vitesse pour 2 réglages différents:
On met en entrée un échelon de vitesse d'amplitude 5 km/h.

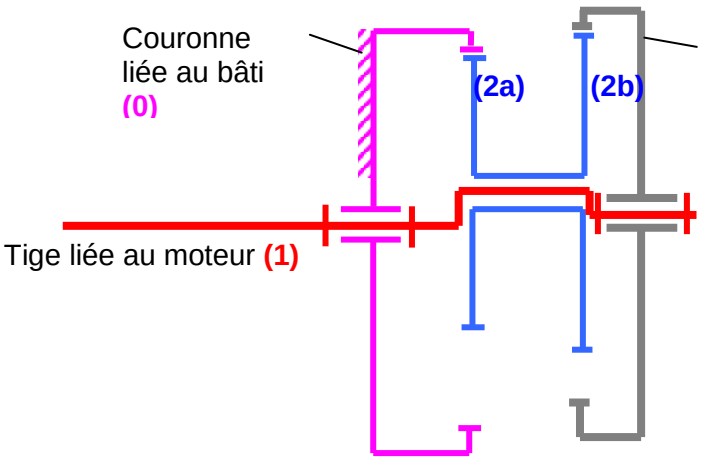


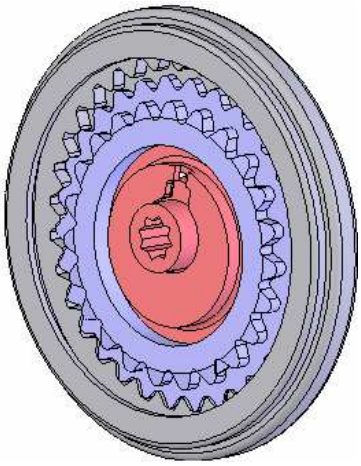
Q16. Calculer la vitesse de rotation des roues (en rad/) qui permet d'obtenir cette vitesse de déplacement du chariot.
Déterminer sous forme numérique le temps de réponse, le dépassement relatif et la précision relative de ce système pour les deux valeurs de réglage.

Quel réglage proposez vous de retenir au vu des données du cahier des charges

Il faut implanter un réducteur entre le moteur et la roue, la solution du train épicycloïdal est retenue.

Schéma du train épicycloïdal :





Module de la denture = 2mm ; Excentration = 2mm

	Roue **2a**	Roue **2b**	Couronne **4**	Couronne **0**
Nombre de dents :	23	30	32	25

Q16. Identifier les différents composants du train épicycloïdal : porte satellite, satellites et planétaires.

Calculer le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$

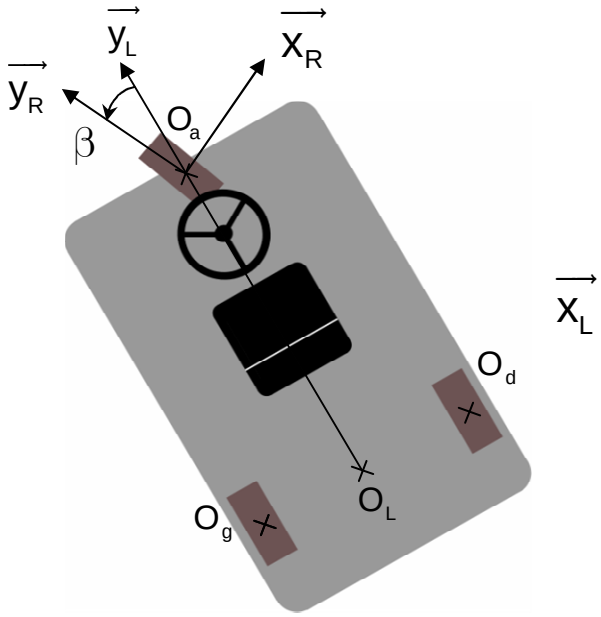
En déduire la vitesse de rotation du moteur qui permet de faire avancer la laveuse à 6 km/h

Déterminer le diamètre de la couronne 4.
Les dimensions de ce réducteur permettent elles de le placer dans la roue de la laveuse

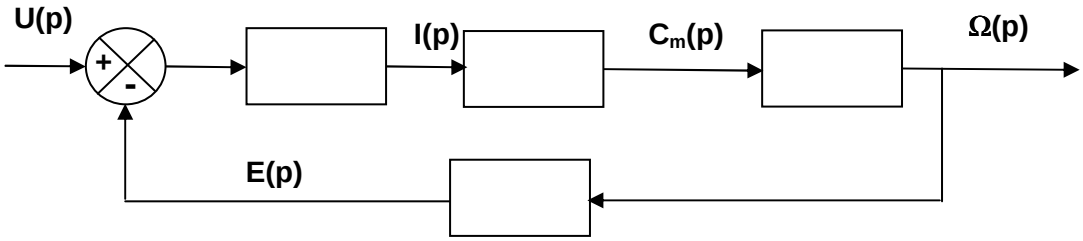
NOM :

Document réponse 1

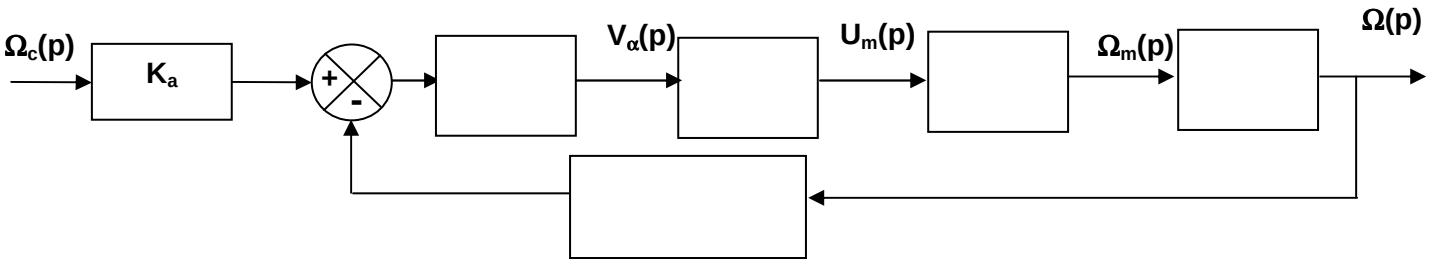
Q2



Q8

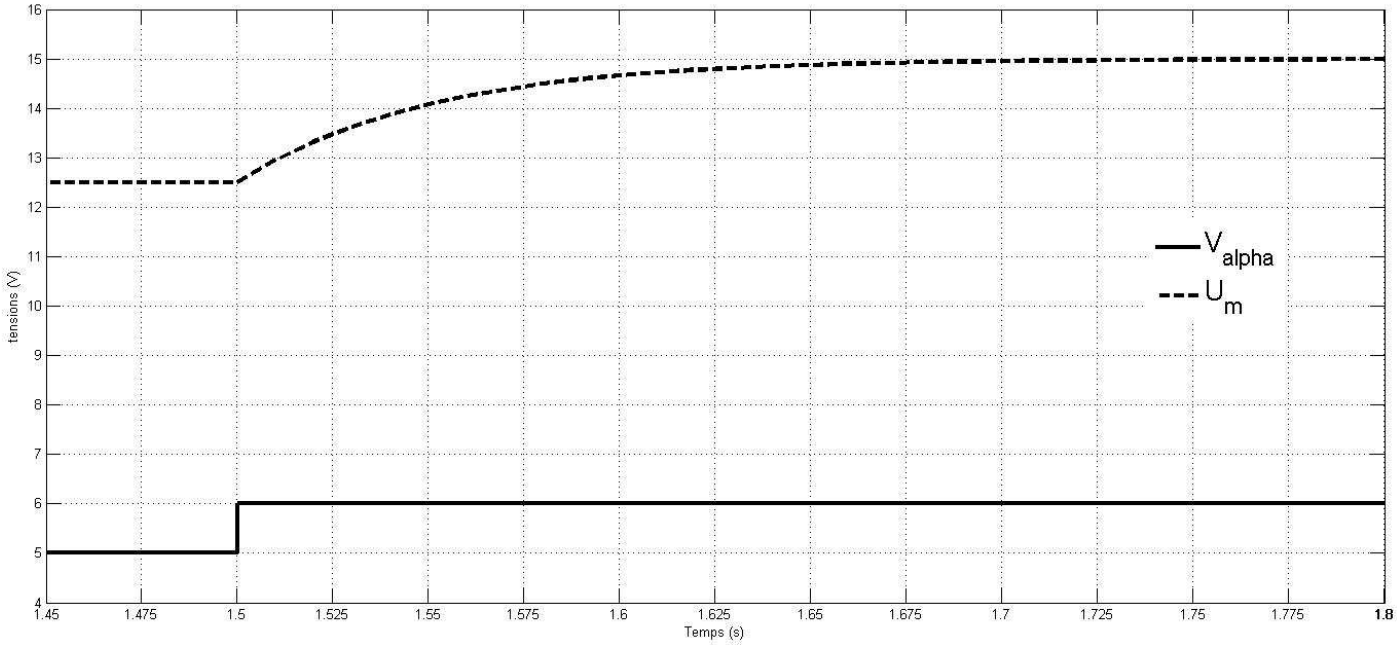
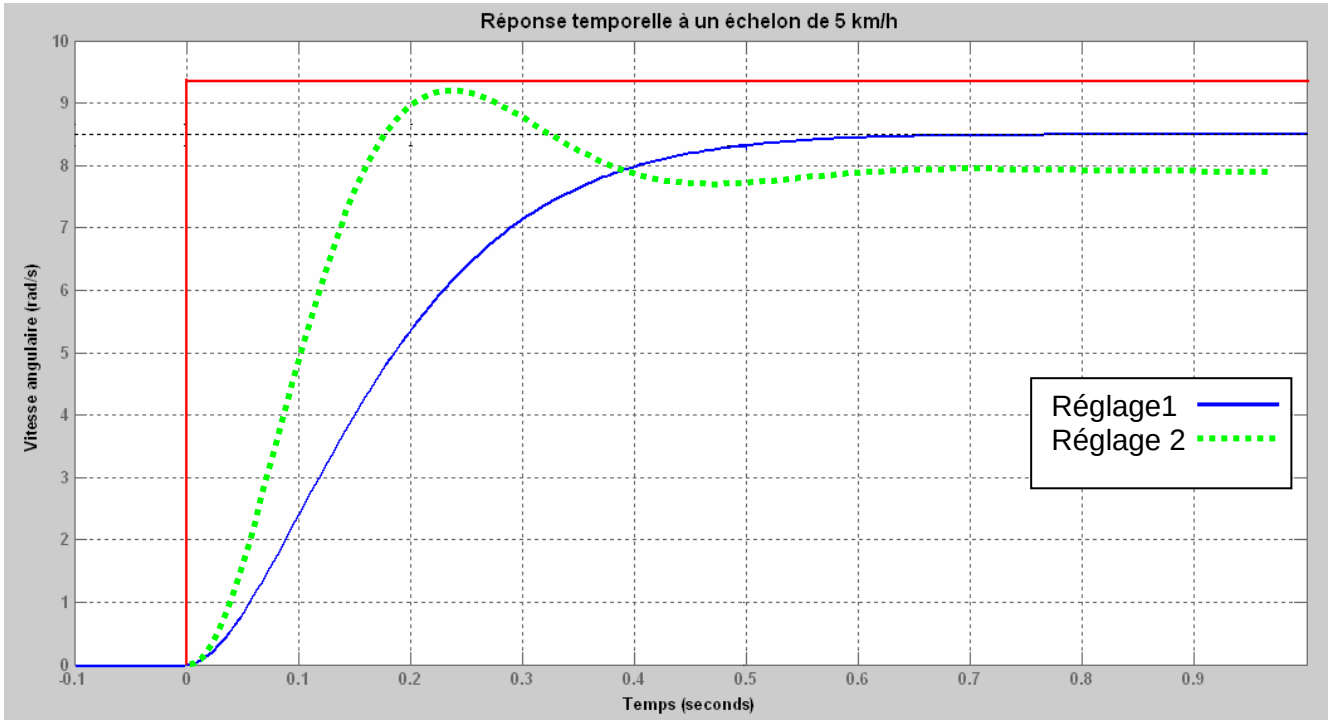


Q11



Document réponse 2

Q13



Q15