

DS1

Durée 2 heures Calculatrices autorisées

1- Cinématique : équilibreuse de roues

Le schéma cinématique d'une équilibreuse de roue de véhicule est donné ci-dessous.

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère lié au bâti (S_0) de l'équilibreuse. Le bras (S_1) a une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec (S_0).

$R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est un repère lié à (S_1). On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

La roue (S_2) de centre B est en liaison pivot d'axe (B, \vec{x}_1) avec (S_1).

$R_2(B, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est un repère lié à (S_2).

On pose $\beta = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$

Lorsque la roue n'est pas équilibrée, les effets dynamiques font varier l'angle α entre deux bornes qui peuvent être mesurées.

Afin de supprimer cette variation, des masselottes appropriées sont placées sur la périphérie de la jante. Une masselotte d'équilibrage est assimilée à un point P, dont la position est définie par :

$$\vec{BP} = a.\vec{x}_1 + c.\vec{z}_2$$

(a et c sont des constantes).

On pose $\vec{OB} = h.\vec{z}_0 + d.\vec{x}_1$

(h et d sont des constantes)

1. Tracer les figures permettant de faire les changements de repère

2. Exprimer les vecteurs

vitesse de rotation : $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$,

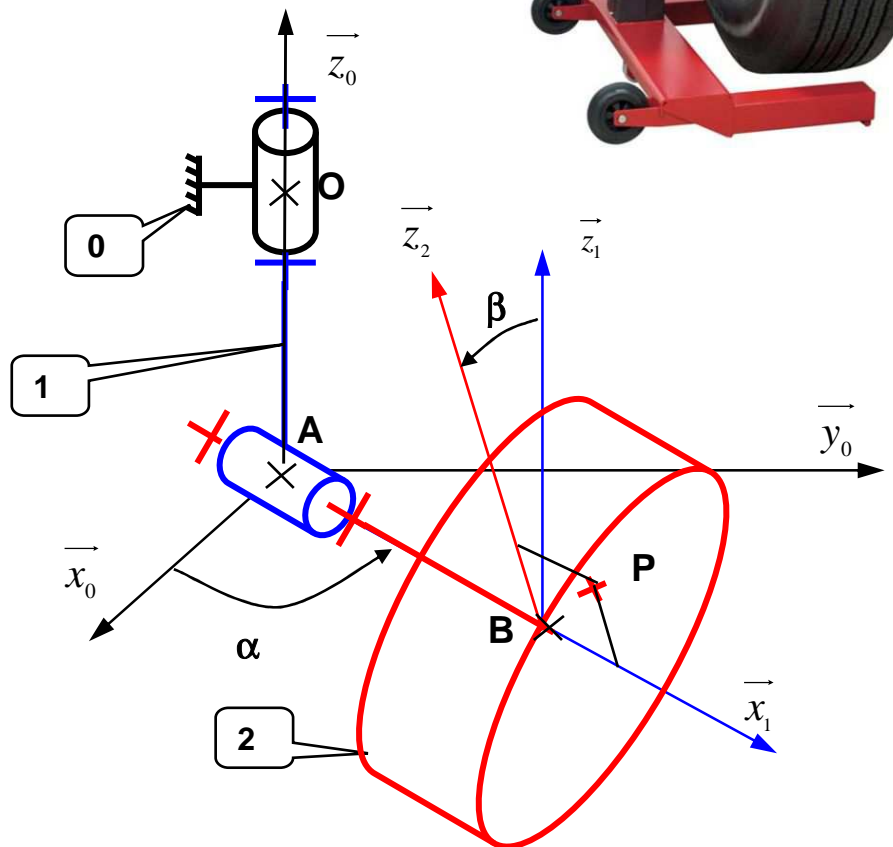
et $\vec{\Omega}_{2/0}$

3. Déterminer le vecteur vitesse du point P par rapport au bâti (S_0) :

$$\vec{V}_{P \in 2/0}$$

4. Déterminer le vecteur accélération du point P par rapport au bâti

(S_0) : $\vec{\Gamma}_{P \in 2/0}$



Caractéristiques de l'équilibreuse présentée ci contre :
 Vitesse de rotation : 200 rpm. Diamètre de jante : de 10 à 24". Poids maxi du pneu : 65 kg. Temps de mesure : 8 secondes. Précision d'équilibrage : + ou - 1 g. Ecran digital. Compartiments de rangement pour plombs d'équilibrage. Ecran papillon de blocage de roue avec verrouillage et déverrouillage rapide. Dim : 70 x 104 x 190 cm environ.

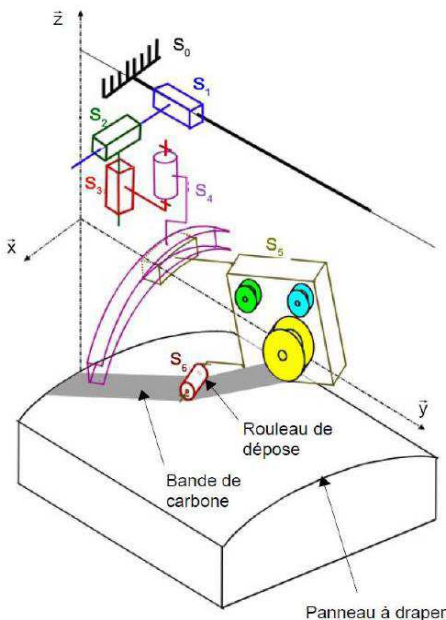
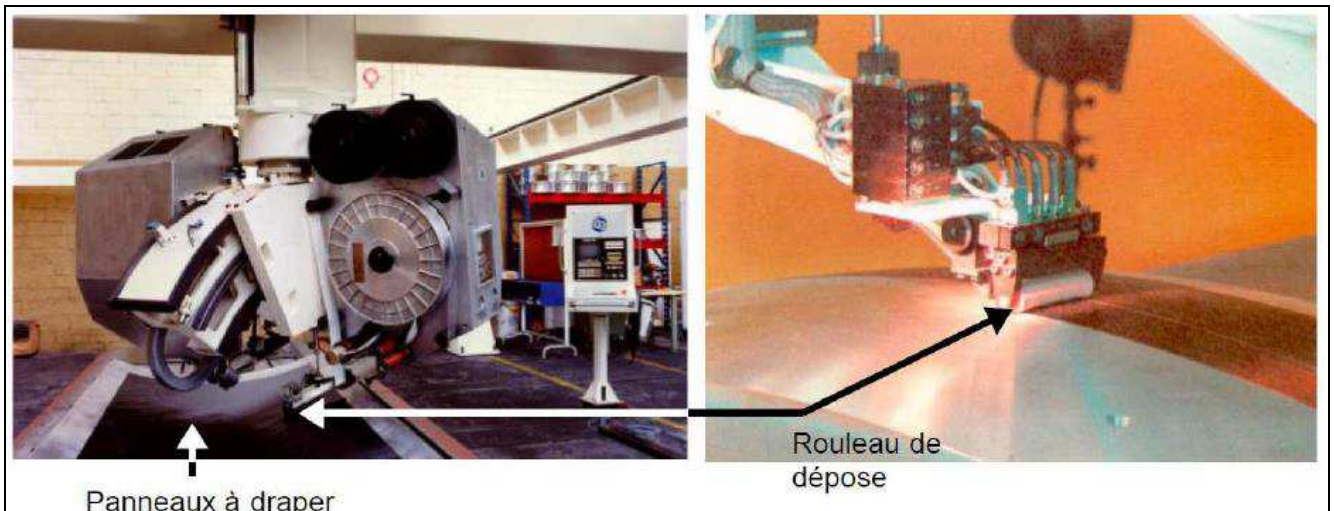
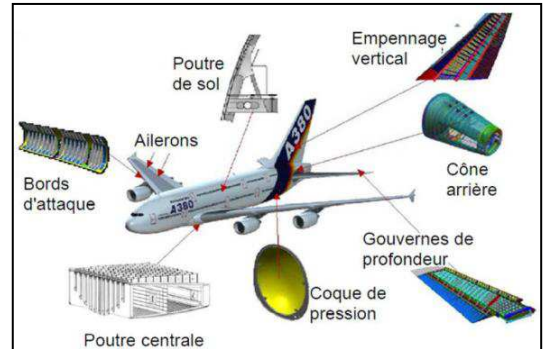
2- Statique : machine à draper

Présentation

Dans les avions, de nombreuses pièces sont fabriquées en matériaux composites, c'est-à-dire en matériaux contenant plusieurs constituants différents.

Pour fabriquer de telles pièces, on utilise des machines à draper.

On s'intéresse donc à ce type de machine, dont la fonction est de déposer des bandes de carbone sur des panneaux qui interviennent dans la structure des avions.



Le rouleau de dépose est l'effecteur de cette machine à commande numérique. C'est un cylindre souple de diamètre de 30 mm et de largeur 160 mm.

Il se déplace le long du panneau à draper. Pour chaque épaisseur de carbone à déposer, le cycle de déplacement du rouleau est défini à l'avance par programme informatique et est interprété par l'ordinateur de commande de la machine au fur et à mesure de l'avancement de la dépose.

La manière dont le rouleau de dépose peut bouger par rapport au bâti est illustrée sur la figure ci-contre.

Lors de la dépose de la bande de carbone sur le panneau, le rouleau doit exercer un effort presseur pour la plaquer.

La modélisation de l'ensemble assurant le contact du rouleau sur l'outillage est donnée ci-dessous.

- 0 : Unité de drapage
- 1 : Corps du vérin
- 2 : Tige du vérin

- 3 : Bras
- 4 : Support du rouleau
- 5 : Rouleau

Toutes les liaisons sont considérées comme parfaites. L'action de la pesanteur est négligée.

Données :

$$\overrightarrow{AB} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1 \quad \overrightarrow{AC} = L \cdot \vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{DB} = b \cdot \vec{x}_2 \quad \overrightarrow{CE} = a \cdot \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{OA} = c \cdot \vec{z}_0 \quad \overrightarrow{OD} = d \cdot \vec{z}_0$$

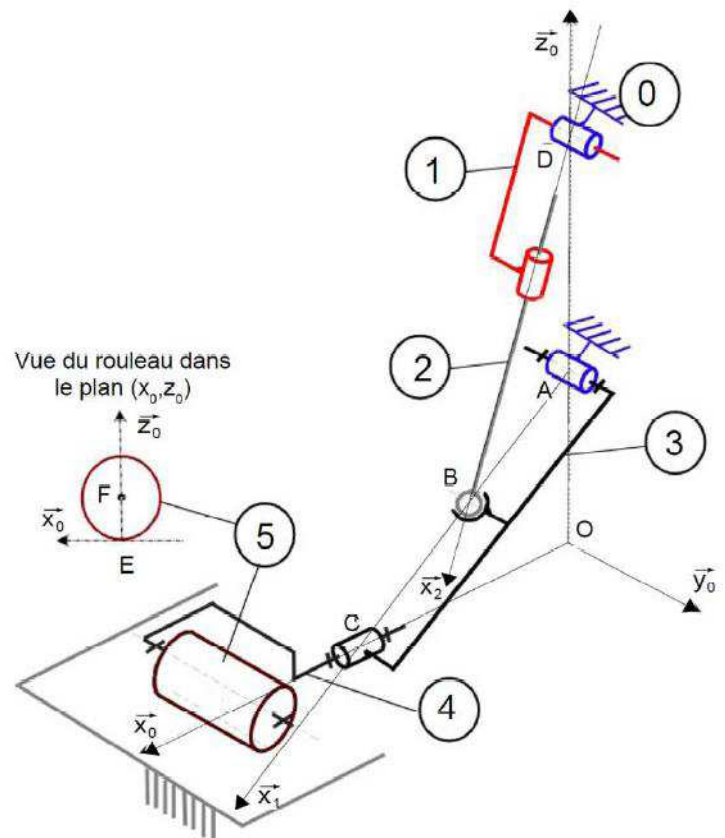
$$\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) \text{ et } \beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$$

L = 400 mm
 a = 35 mm
 c = 150 mm
 d = 675 mm

L'effort presseur est généré par un vérin pneumatique de piston de surface S=300 mm². La pression d'air disponible est de l'ordre de 10 bars.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges.

Exigence	Critère	Niveau
Appliquer un effort lors de la dépose de la bande	Effort presseur F _p	10daN



Objectif

- Valider que la pression disponible permet de satisfaire l'exigence du cahier des charges.
- Vérifier le dimensionnement de la liaison entre 4 et 5.

Travail demandé

Effort presseur: l'action mécanique exercée par le solide i sur le solide j sera notée :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_p$$

1- Dessiner le schéma cinématique dans le plan (O, \vec{x}_0, \vec{z}_0) en indiquant le paramétrage angulaire.

2- Faire le graphe de structure.

Le problème peut être considéré comme plan.

3- Donner l'expression du torseur $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ dans la base 2, $\{T_{0 \rightarrow 3}\}$ dans la base 0, $\{T_{0 \rightarrow 5}\}$ dans la base 0 et $\{T_{2 \rightarrow 3}\}$ dans la base 2.

4- Isoler l'ensemble {1+2} et déterminer les équations du PFS au point B en projection dans la base 2. En déduire la valeur des inconnues de liaison Z₀₁ et Z₃₂. Pouvait-on prévoir ce résultat sans aucun calcul.

5- Isoler l'ensemble {3+4+5} et déterminer les équations du PFS au point A en projection dans la base 0.

6- En déduire que $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(a + L \cdot \cos \theta) \cdot F_p}{\frac{L}{2} \cdot \sin(\beta - \theta)}$

7- Exprimer tanβ en fonction de d, c, L et θ.

8- Calculer la valeur de β pour θ = 22°. En déduire la valeur de $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\|$ lorsque l'effort presseur F_p est celui imposé par le cahier des charges.

9- Conclure vis-à-vis de la pression d'air disponible.

Liaison entre 4 et 5

Afin de valider le dimensionnement de la liaison pivot entre 4 et 5, on cherche à vérifier que la pression de contact maximale dans cette liaison ne dépasse pas $1 \text{ N} / \text{mm}^2$. Une fois cette limite atteinte, il y a un risque de déformation ou de rupture du matériau. La géométrie de liaison est définie par son diamètre intérieur $d_0 = 16 \text{ mm}$ et sa longueur $L_0 = 20 \text{ mm}$.

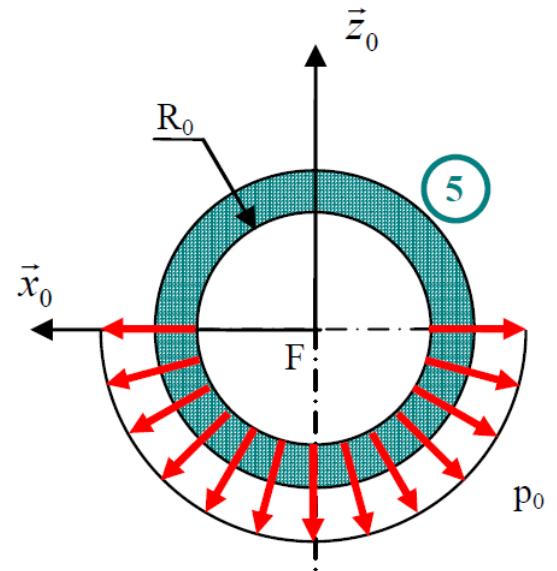
On suppose que l'action de 5 sur 4 est modélisée par le torseur :

$$\{T_{4 \rightarrow 5}\}_F = \begin{Bmatrix} Z_{45} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{avec } Z_{45} = -10 \text{ daN}$$

La pression de contact p_0 de 4 sur 5 est supposée répartie de manière uniforme sur une surface de contact assimilable à un demi cylindre.

10- Déterminer la valeur de p_0 .

11- Conclure quant au bon dimensionnement de la liaison entre 4 et 5.



3- Fonction de transfert

Soit la fonction de transfert $H_{BO}(p) = \frac{6}{2+p}$

NOM :

En boucle fermée: on étudie H_{BF}

1- Exprimer la fonction de transfert $H_{BF}(p)$ du système bouclé par un retour unitaire.

Tracer sur un même graphique l'entrée qui sera un échelon unitaire et la sortie de cette fonction de transfert en boucle fermée. Vous ferez apparaître les éléments caractéristiques sur cette représentation graphique.

En boucle ouverte: on étudie H_{BO}

2- Tracer les diagrammes asymptotiques puis les diagrammes réels de la réponse fréquentielle de $H_{BO}(p)$ dans le plan de Bode

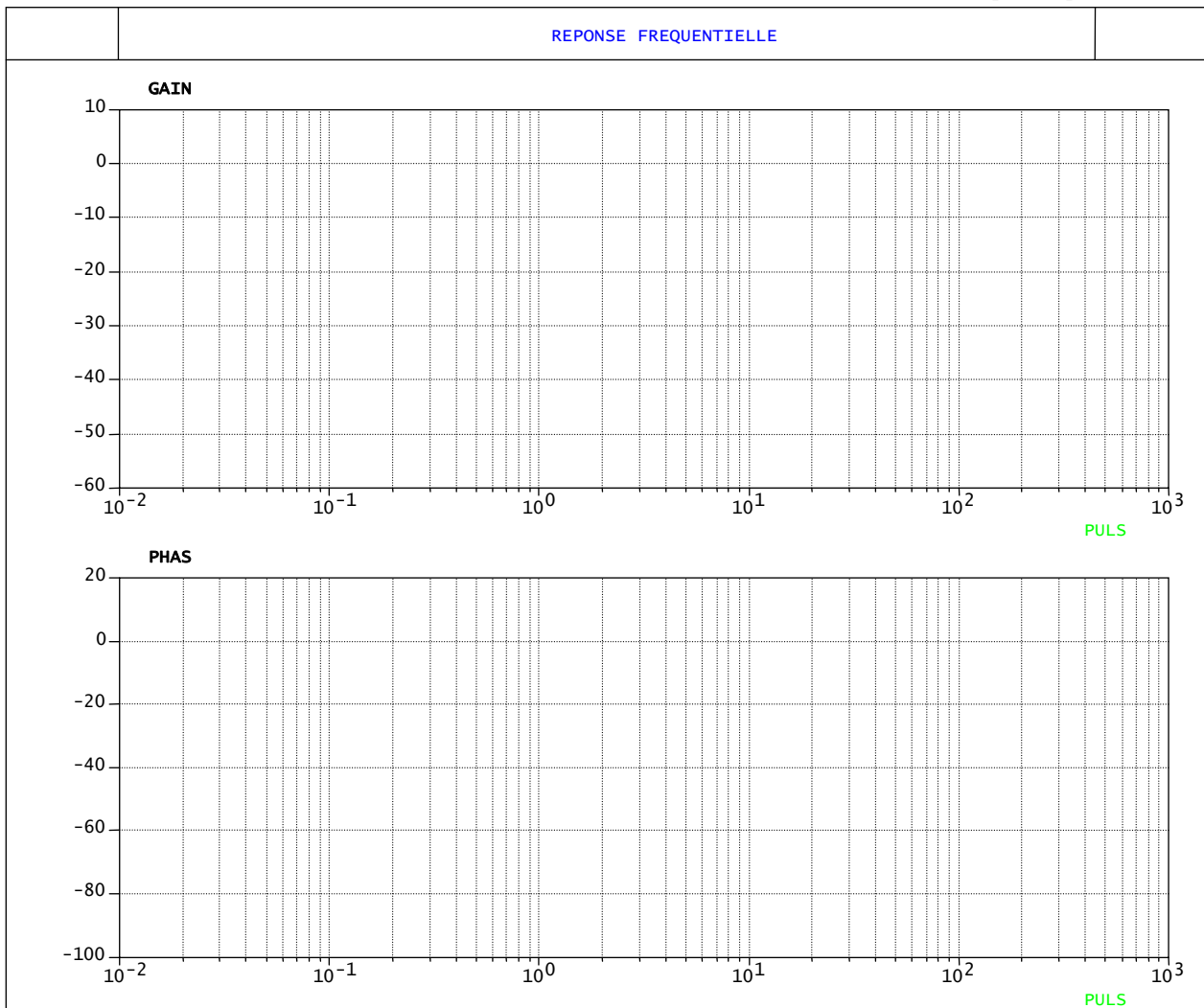
3- Déterminer (graphiquement **puis** par le calcul) la valeur de ω correspondant à un gain nul. En déduire la phase correspondant.

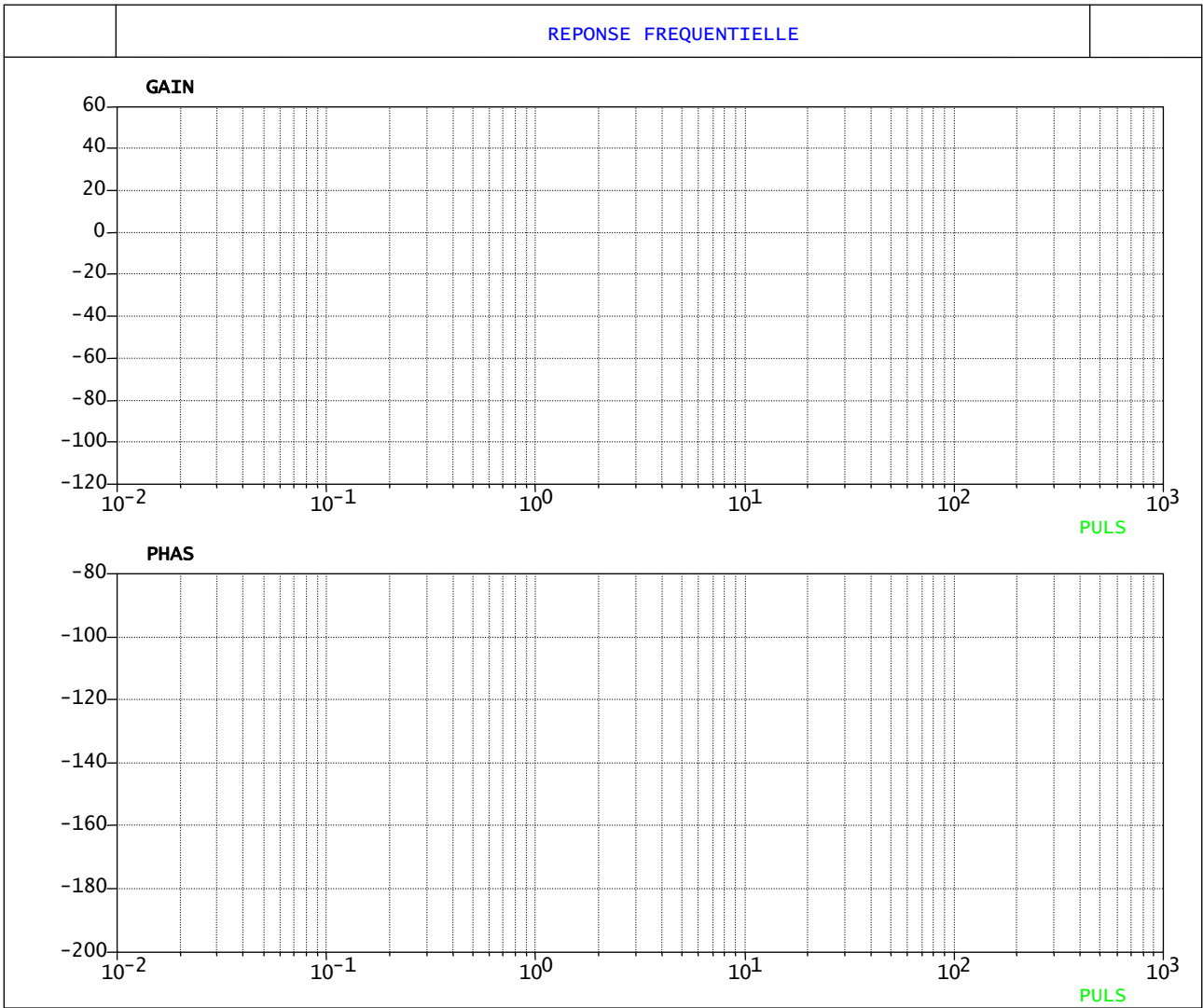
4- Déterminer (graphiquement **puis** par le calcul) la phase φ et le gain pour $\omega = 10$ rad/s

5- On souhaite avoir un gain nul pour une phase de -60°

Déterminer (graphiquement **puis** par le calcul) le nouveau gain K_{BO} de la fonction H_{BO}

6- Tracer ensuite le diagramme de bode pour la fonction de transfert $H_{2BO}(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{6}{2+p}$





4-Cinématique

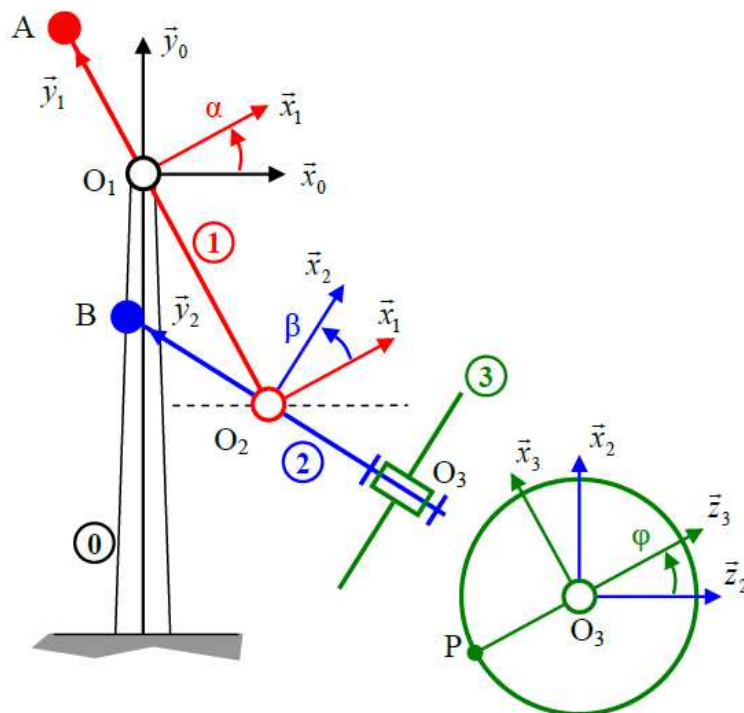
Partie à aborder après avoir traité les 3 premiers exercices proposés

Le manège Magic-Arms est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles.

Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plateforme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal 1 et le bras secondaire 2, liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner.

Après neuf secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre.

La modélisation cinématique et le paramétrage du manège sont présentés ci-dessous :



Constituants et paramétrage :

- un bras principal 1 en liaison pivot parfaite d'axe \$(O_1, \vec{z}_1)\$ avec le bâti 0. On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\vec{O}_1\vec{O}_2 = -l_1 \cdot \vec{y}_1$
 - un bras secondaire 2 en liaison pivot parfaite d'axe \$(O_2, \vec{z}_2)\$ avec le bras principal 1. On pose $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ et $\vec{O}_2\vec{O}_3 = -l_2 \cdot \vec{y}_2$
 - une nacelle 3, assimilée à un disque de centre \$O_3\$ et de rayon \$R\$, en liaison pivot parfaite d'axe \$(O_3, \vec{y}_2)\$.
- On pose $\varphi = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$
- un passager est considéré comme un point matériel \$P\$ tel que $\vec{O}_3\vec{P} = -R \cdot \vec{z}_3$

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges du manège.

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Faire ressentir des accélérations aux passagers	Accélération subie	2,5g	maximum

Objectif

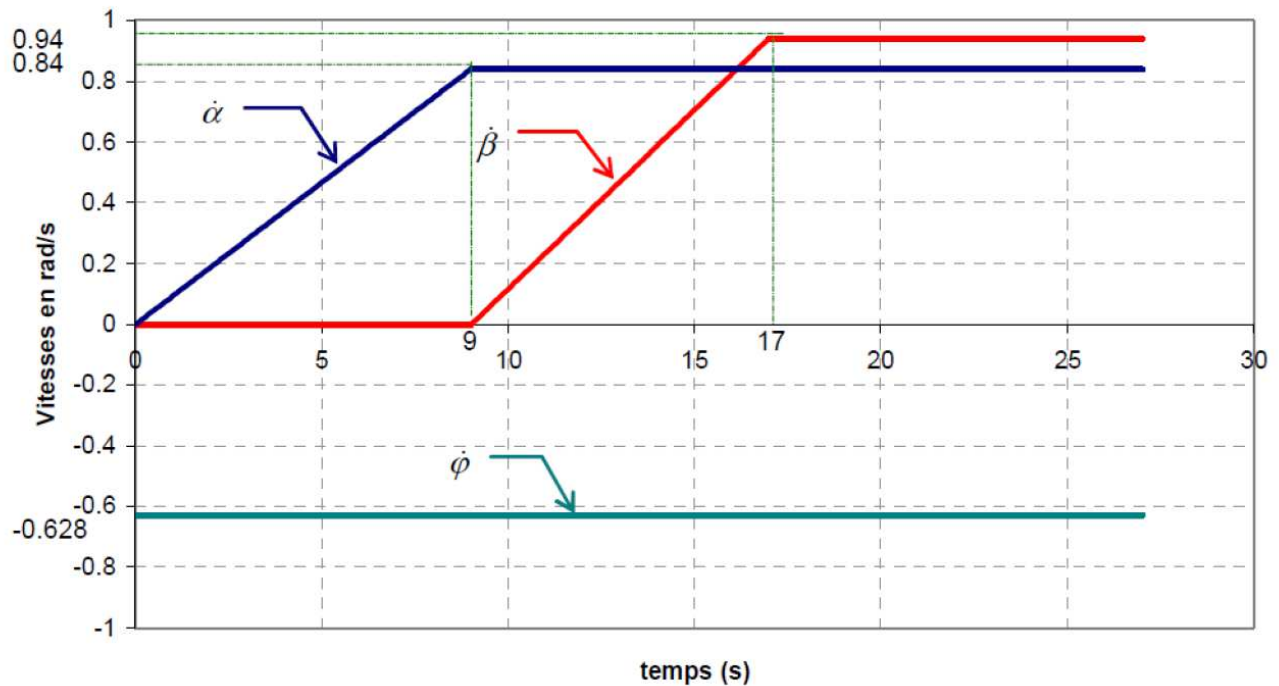
Valider le critère du cahier des charges.

Travail demandé

1. Construire les figures planes de changement de base et indiquer sous chacune d'entre elles les vecteurs vitesse de rotation correspondants.

2. Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 3/0}$ du point P dans son mouvement par rapport au bâti 0.

On donne ci-dessous l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.



Vitesses des moteurs du manège en fonction du temps

3. Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, et $\dot{\phi}$ dans l'intervalle de temps [17s;27s].

4. En déduire l'expression analytique des paramètres de position angulaire $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\phi(t)$ dans cet intervalle de temps en sachant qu'à l'instant $t = 17s$, on a $\alpha = 10,5$ rad, $\beta = 3,76$ rad et $\phi = -10,68$ rad.

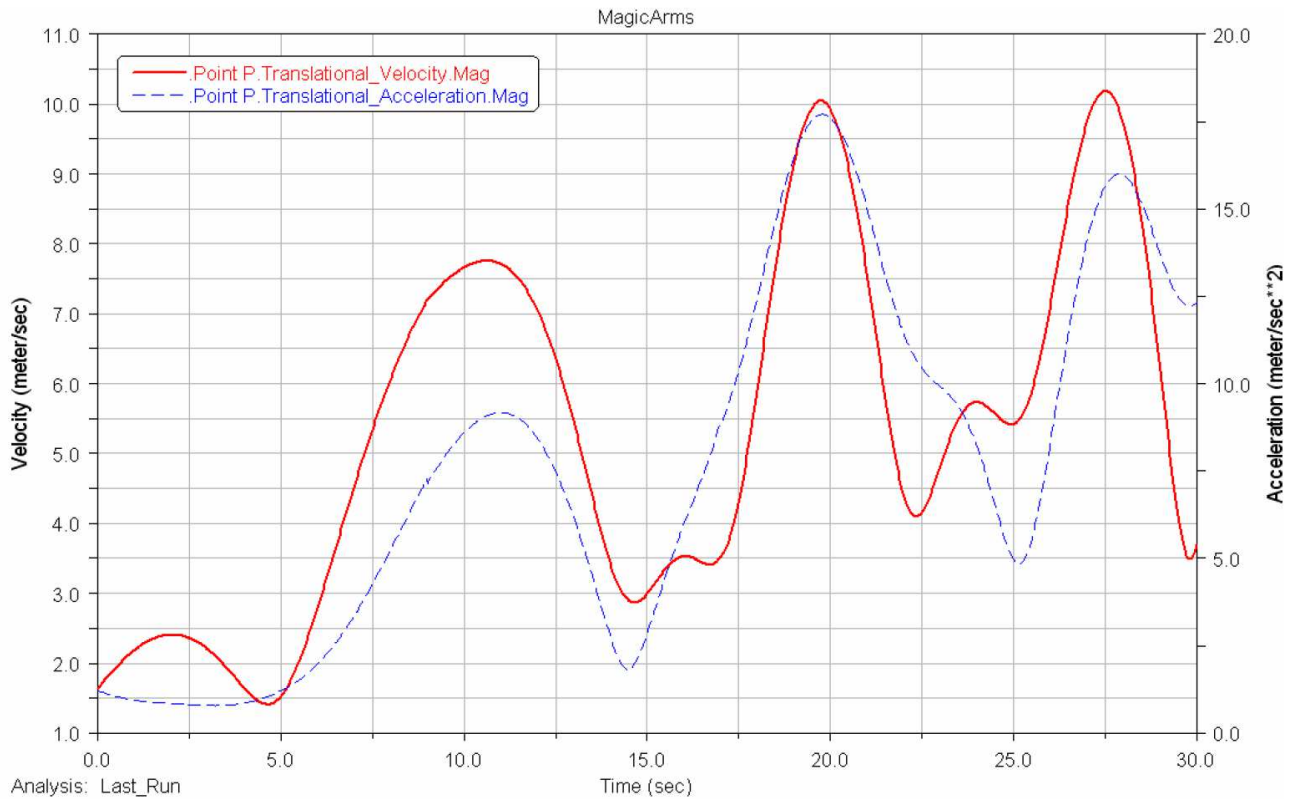
5. Déterminer, à partir des équations obtenues précédemment, les valeurs numériques à l'instant $t_1 = 19,8$ s de α , β et ϕ

On pose $\vec{V}_{P \in 3/0} = V_{x2} \cdot \vec{x}_2 + V_{y2} \cdot \vec{y}_2 + V_{z2} \cdot \vec{z}_2$.

6. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} . En déduire leurs valeurs numériques à l'instant $t_1 = 19,8$ s. On prendra $l_1 = 3,9m$, $l_2 = 2,87m$ et $R = 2,61m$.

7. Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{\Gamma}_{P \in 3/0}$ du point P dans son mouvement par rapport au bâti 0 dans l'intervalle de temps [17s;27s] pendant lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-dessous, obtenu par simulation numérique, présente les normes de la vitesse et de l'accélération du passager par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



8. Comparer, à $t_1 = 19,8 \text{ s}$, les résultats obtenus à la question 6 avec ceux de la simulation.

9. Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du cahier des charges.