PC	Devoir surveillé n°4	Correction

Exercice n°1 : Questions de cours (COMMUN)

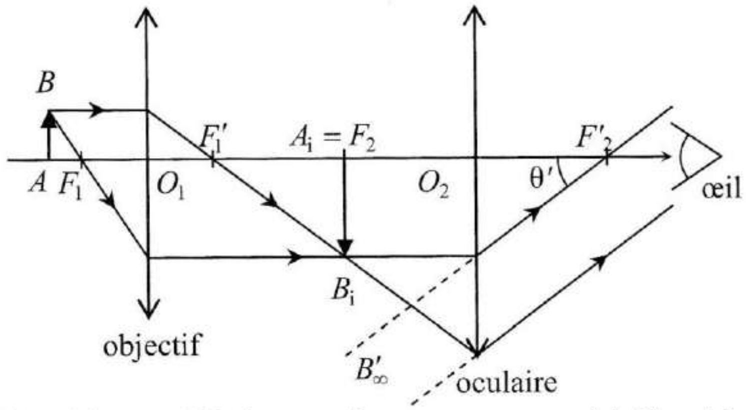
Voir cours.

Exercice n°2 : Lunette astronomique (NORMAL) — CCP PC 2015

Voir DM n°3

Exercice n°3 : Microscope optique (PLUS DIFFICILE) — D'après Centrale

1.



2. L'objet pour l'oculaire est A_iB_i. Le grossissement commercial G_2 est le rapport entre l'angle θ' indiqué sur la figure ci-dessus, et l'angle θ_i sous lequel serait vu A_iB_i à l'œil nu à la distance δ.

$\theta' \approx \tan\theta' = \dfrac{A_iB_i}{f_2'}$ et $\theta_i \approx \tan\theta_i = \dfrac{A_iB_i}{\delta}$ donc $G_2 = \dfrac{\delta}{f_2'}$ d'où $\boxed{f_2' = \dfrac{\delta}{G_2}}$. AN $\boxed{f_2' = 2{,}5\,\text{cm}}$.

3. Formule de grandissement de Newton : $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_iB_i}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F_1'F_2}}{\overline{F_1'O_1}} = \dfrac{\Delta}{-f_1'}$.

Donc $G_1 = |\gamma_1| = \dfrac{\Delta}{f_1'}$ d'où $\boxed{f_1' = \dfrac{\Delta}{G_1}}$. AN $\boxed{f_1' = 0{,}40\,\text{cm}}$.

Attention à bien lire l'énoncé : G_1 n'est pas un grossissement, donc le calcul n'est pas le même qu'à la question précédente !

$\gamma_1 = \dfrac{\overline{O_1A_i}}{\overline{O_1A}} = \dfrac{f_1' + \Delta}{\overline{O_1A}}$ d'où $\overline{O_1A} = \dfrac{f_1' + \Delta}{\gamma_1} (< 0)$ et $\boxed{O_1A = \dfrac{f_1' + \Delta}{G_1} = \dfrac{f_1'(f_1' + \Delta)}{\Delta}}$. AN $\boxed{O_1A = 0{,}41\,\text{cm}}$.

4. Grossissement global : $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ avec $\theta \approx \tan\theta = \dfrac{AB}{\delta}$ (objet AB vu à l'œil nu au PP), donc

$G = \dfrac{A_iB_i}{f_2'}\dfrac{\delta}{AB}$ soit $\boxed{G = G_1G_2}$. AN $\boxed{G = 400}$.

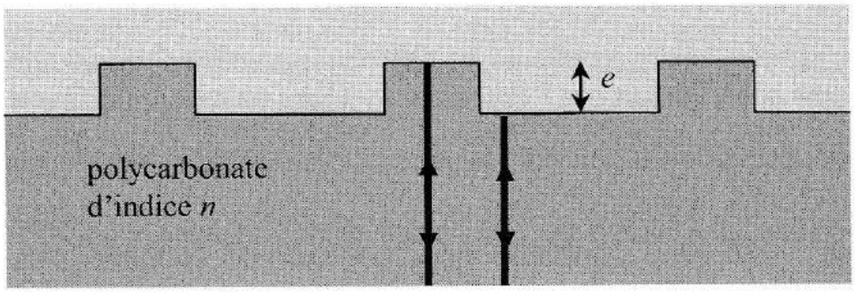
Le grossissement d'un microscope est le produit du *grossissement* de l'oculaire par le *grandissement* (en valeur absolue) de l'objectif.

5. Notons $O_1 \xrightarrow{L_2} C$. Formule de Newton : $\overline{F_2O_1} \cdot \overline{F_2'C} = -f_2'^2$ avec $\overline{F_2O_1} = -\Delta - f_1'$ donc $\overline{F_2'C} = \dfrac{f_2'^2}{\Delta + f_1'}$. AN $\boxed{\overline{F_2'C} = 3{,}8\ \text{mm}}$. Le rapport des diamètres est la valeur absolue du grandissement : $\dfrac{d_{co}}{d} = \dfrac{F_2'C}{f_2'}$ d'où $\boxed{d_{co} = d\,\dfrac{f_2'}{\Delta + f_1'}}$. AN $\boxed{d_{co} = 1{,}1\ \text{mm}}$.

Tous les rayons ayant traversé l'objectif passent ensuite à l'intérieur du cercle oculaire (son image) : pour voir une image bien lumineuse et complète (pas de perte des bords) on a donc intérêt à placer l'œil à cet endroit. Le diamètre du cercle oculaire est inférieur à celui de la pupille de l'œil, ce qui permet bien de capter toute la lumière issue du microscope.

Exercice n°4 : Profondeur des alvéoles d'un CD (NORMAL)

1) On raisonne sur le schéma suivant, où les faisceaux sont supposés arriver tous en incidence normale.

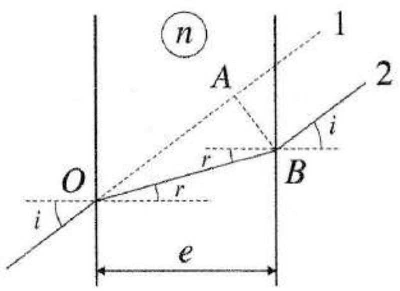


faisceau de lecture

Les rayons lumineux réfléchis dans le creux (l'alvéole) parcourent un chemin optique supplémentaire par rapport aux rayons réfléchis à côté égal à $2ne$. Ces deux types de rayons vont interférer de manière destructive si cette différence de marche est égale à $\lambda/2$ modulo λ (à noter que les rayons subissent *tous* un déphasage de π lors de la réflexion métallique : cela n'intervient donc pas dans la condition d'interférence destructive). Il y a donc plusieurs profondeurs possibles (du fait du modulo) mais en pratique, on choisit la profondeur la plus faible. Au bilan, la profondeur des alvéoles doit valoir $\boxed{e = \dfrac{\lambda}{4n}}$, c'est-à-dire 126 μm. Il y a en pratique une certaine tolérance puisque le but est juste de pouvoir détecter les variations d'intensité lumineuse lorsque le faisceau de lecture éclaire une alvéole.

Exercice n°5 : Influence de l'incidence sur une lame à faces parallèles (PLUS DIFFICILE)

Le rayon rectiligne $OA1$ dans l'air est celui en absence de la lame. Le rayon doublement réfracté $OB2$ (les deux extrémités étant parallèles) est celui qui passe dans la lame d'indice n. Jusqu'en O leur trajet est commun, et à partir du plan d'onde AB, il n'y a pas de différence de marche supplémentaire. La variation $\Delta\delta$ de la différence de marche introduite par la lame sur le trajet dans l'air est donc :



$$\Delta\delta = nOB - OA = n\frac{e}{\cos r} - \frac{e}{\cos r}\cos(i-r)$$

Il vaut mieux choisir ce plan d'onde « intérieur » qui coupe la lame sur le rayon 2 en B plutôt que le plan d'onde « extérieur » et parallèle, qui coupe la lame sur le rayon 1…

Par ailleurs les réfractions se font suivant la loi des Descartes-Snell : $\sin i = n \sin r$

Alors : $\Delta\delta = n\dfrac{e}{\cos r} - \dfrac{e}{\cos r}(\cos i \cos r + \sin i \sin r) = n\dfrac{e}{\cos r}(1-\sin^2 r) - e\cos i$

$$\text{soit} \quad \boxed{\Delta\delta = \left(n\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}} - \cos i\right)e}$$

ce qui pour $i=0$ redonne le résultat classique $\Delta\delta = (n-1)e$

La fonction $\Delta\delta(i)$ est paire (i et $-i$ conduisent évidemment au même problème) ; dans le développement, le premier terme à conserver par rapport à $\Delta\delta(i=0)$ est donc en i^2 :

$$\Delta\delta \approx \left[n\left(1-\frac{i^2}{2n^2}\right) - \left(1-\frac{i^2}{2}\right)\right]e \quad \text{et finalement} \quad \boxed{\Delta\delta = \left(1+\frac{i^2}{2n}\right)(n-1)e}$$

Exercice n°6 : Usine marémotrice de la Rance (COMMUN)

1) L'heure des lignes cotidales augmentant d'ouest en est, l'onde de marée avance dans la manche $\boxed{\text{d'ouest en est}}$.

2) La France se situant dans l'hémisphère nord, le vecteur rotation de la Terre dans le référentiel géocentrique possède une composante positive selon la verticale locale. La force de Coriolis appliquée à une masse m d'eau de vitesse $\vec{v}$ dirigée vers l'est, d'expression $\vec{F}_{i,c} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}$, possède donc une composante horizontale orientée vers le sud. Ainsi, à la marée montante, la masse d'eau entrant dans la manche et donc allant vers l'est est déviée vers le sud, c'est-à-dire vers les côtes françaises, ce qui explique un plus fort marnage côté français qu'anglais.

3) Le site de la Rance possède deux avantages : l'estuaire est large et long (de l'ordre de 10 km de long sur 2 km de large d'après la photo aérienne). Donc, lors des marées hautes, l'estuaire, en se remplissant, stocke une grande quantité d'eau. Une partie de l'énergie potentielle de pesanteur de celle-ci va être prélevée par l'usine marémotrice lors de la vidange de l'estuaire à travers le barrage. Le second avantage du site est son marnage très élevé, entre 10 et 11 m pour un coefficient de marée égal à 95 d'après le schéma des lignes d'iso-marnage. Ceci peut s'expliquer par un effet de focalisation de l'onde de marée dans le golfe de Saint-Malo : l'onde de marée se propageant à énergie constante sur une largeur de plus en plus faible, son amplitude augmente au fur et à mesure de son avancée dans le golfe.

4) L'eau étant incompressible, il y a conservation du débit volumique dans la conduite. En l'écrivant juste avant et après le bulbe, on a $V_A S = V_B S$. La section étant la même, on en conclut $\boxed{V_A = V_B}$.

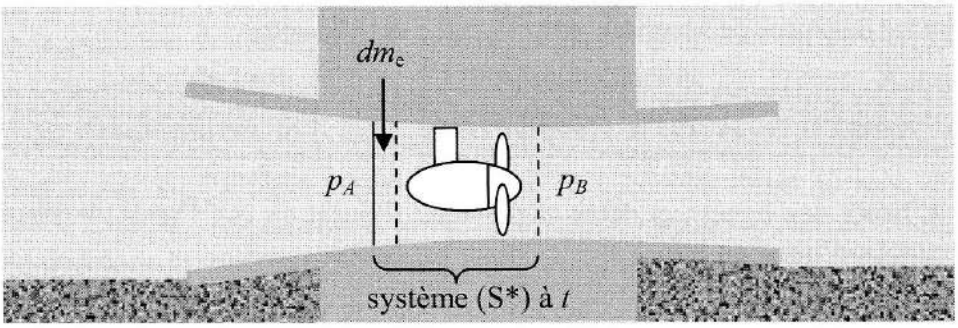
5) L'écoulement étant parfait, stationnaire, incompressible et homogène, on peut appliquer la relation de Bernoulli sur une ligne de courant reliant un point M à la surface libre de l'eau côté fleuve et un point juste avant la turbine : $\dfrac{p_0}{\rho} + \dfrac{V_M^2}{2} + gh_A = \dfrac{p_A}{\rho} + \dfrac{V_A^2}{2} + 0$.

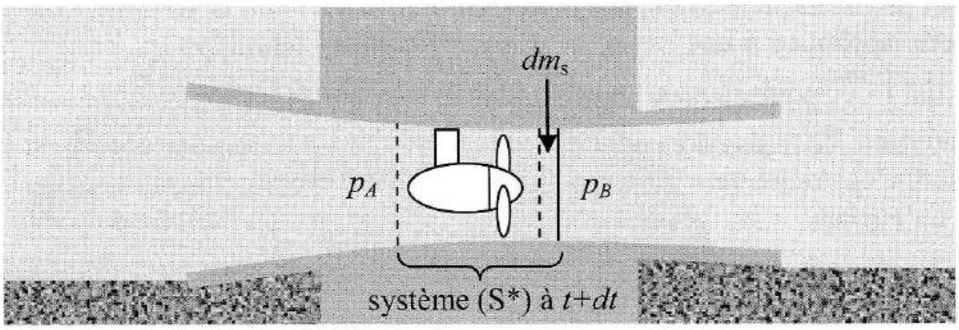
La section du fleuve étant très grande devant la section de l'ensemble des conduites du barrage, on en déduit que $V_M \ll V_A$. On en déduit $\boxed{p_A = p_0 + \rho\left(gh_A - \dfrac{V_A^2}{2}\right)}$.

6) Avec l'hypothèse de l'énoncé, on peut appliquer la loi de la statique des fluides entre l'aval de la turbine et la surface libre de l'eau côté mer $\boxed{p_B = p_0 + \rho g(h_A - h)}$.

7) A partir du système fixe et ouvert (S) correspondant à l'eau entourant la turbine et délimité par les traits pointillés, on introduit le système (S*) fermé et mobile qui :

- à la date *t*, est formé de (S) et de la masse dm_e d'eau qui rentre dans (S) entre *t* et *t+dt*,
- à la date *t+dt*, est formé de (S) et de la masse dm_s d'eau qui sort de (S) entre *t* et *t+dt*.





On applique le théorème de l'énergie cinétique au système (S*) entre les dates *t* et *t + dt* :

$E_{c(S^*)}(t+dt) - E_{c(S^*)}(t) = \delta W_{pression} + \delta W_{turbine \to eau}$.

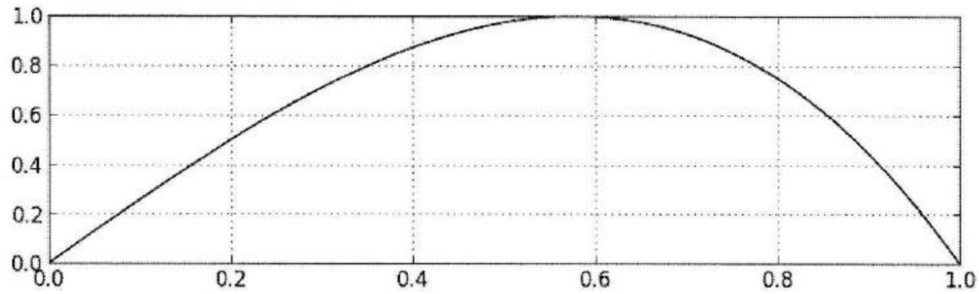
Or $E_{c(S^*)}(t) = E_{c(S)}(t) + \frac{1}{2} dm_e V_A^2$ et $E_{c(S^*)}(t+dt) = E_{c(S)}(t+dt) + \frac{1}{2} dm_s V_B^2$. Puisque l'on s'est placé en régime stationnaire, $E_{c(S)}(t+dt) = E_{c(S)}(t)$ et $dm_s = dm_e$. Comme $V_A = V_B$, on en déduit que $E_{c(S^*)}(t+dt) - E_{c(S^*)}(t) = 0$. Le travail des forces de pression en amont vaut $\delta W_{pression\,amont} = +p_A S V_A dt$, celui en aval vaut $\delta W_{pression\,aval} = -p_B S V_B dt$. Enfin, $\delta W_{turbine \to eau} = -\delta W_{eau \to turbine} = -Pdt$ si l'on néglige les pertes dues à la viscosité. Ainsi, $\boxed{P = (p_A - p_B) S V_A = \rho\left(gh - \frac{1}{2} V_A^2\right) S V_A}$.

8) $\frac{dP}{dV_A} = \rho S\left(gh - \frac{1}{2} V_A^2 - V_A V_A\right) = \rho S\left(gh - \frac{3}{2} V_A^2\right)$, qui s'annule pour :

$\boxed{V_{A,opt} = \sqrt{\frac{2}{3} gh}}$. Pour cette vitesse, la puissance est maximale et vaut $\boxed{P_{max} = \rho S\left(\frac{2}{3} gh\right)^{\frac{3}{2}}}$.

A titre d'information, la courbe ci-après représente P/P_{max} en fonction de $\frac{V_A}{V_{A,max}}$, avec

$V_{A,max} = \sqrt{2gh}$. On peut noter que $V_{A,opt} = \dfrac{V_{A,max}}{\sqrt{3}} \approx 0{,}58 V_{A,max}$.



En pratique, on peut faire varier la valeur de V_A en modifiant l'inclinaison des pales de la turbine. Une augmentation de l'angle que font les pales avec la section de la conduite entraîne que l'eau passe plus facilement à travers la turbine et fait donc augmenter V_A.

9) En prenant un marnage h = 10 m (voir question 3) et sachant que la section vaut $S = \pi \dfrac{D^2}{4} = 22$ m², on obtient $\boxed{P_{max} = 11{,}6 \text{ MW}}$. On trouve donc légèrement plus (de l'ordre de 15%) que la puissance nominale par bulbe, égale à 10 MW, ce qui est très satisfaisant dans la mesure où le modèle utilise plusieurs approximations.

10) Le nombre de turbines d'une usine marémotrice est fixé par le volume d'eau que peut stocker le réservoir en amont du barrage. En effet, pour optimiser l'installation, il faut la dimensionner pour que le réservoir (ici l'estuaire de la Rance) se vide en environ 6 heures de temps, correspondant à la durée entre une marée haute et une marée basse.