

Exercice n°1 : De l'orage dans l'air... (33)

1) La distribution de charges est invariante par translation le long des axes  $Ox$  et  $Oy$ , si bien que le champ électrique ne dépend que de la variable  $z$ . Tout plan vertical passant par le point  $M$  est un plan de symétrie de la distribution de charges. Le champ électrique en  $M$  appartient à tous ces plans et est donc porté par  $\vec{e}_z$ . On recherche ainsi le champ électrique sous la forme :  $\vec{E}(M) = E(z)\vec{e}_z$ .

2) On applique le théorème de Gauss en utilisant un cylindre vertical de base  $S$ , compris entre  $z = 0$  et  $z < h$ . On obtient ainsi :

$$\oiint_{\text{cylindre}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \text{ avec } Q_{\text{int}} = \rho_{\text{sol}} S z$$

Le flux de  $\vec{E}$  à travers la surface du cylindre ne fait apparaître que les flux à travers la surface  $S$  en  $z = 0$  et en  $z$  :

$$\oiint_{\text{cylindre}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(z)S - E(0)S = E(z)S \text{ car } E(0) = 0$$

Finalement, le champ électrique dans la zone  $0 < z < h$  s'écrit :  $E(z) = \frac{\rho_{\text{sol}}}{\epsilon_0} z$

(On retrouve ce champ électrique par application de l'équation de Maxwell-Gauss :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{dE(z)}{dz} = \frac{\rho_{\text{sol}}}{\epsilon_0} \text{ et par intégration : } E(z) = \frac{\rho_{\text{sol}}}{\epsilon_0} z \text{ car } E(0) = 0$$

On connaît la valeur du champ électrique en  $z = h$  :  $E(h) = 65 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$ , si bien que :

$$\rho_{\text{sol}} = \frac{\epsilon_0 E(h)}{h} = 1,15 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$$

La charge totale contenue dans la couche d'épaisseur  $h$  près du sol vaut alors :

$$Q_{\text{sol}} = \rho_{\text{sol}} S h = 5,8 \cdot 10^{-1} \text{ C}$$

3) Pour  $h < z < h_1$ , l'équation de Maxwell-Gauss s'écrit, puisque  $\rho(M) = 0$  :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{dE(z)}{dz} = 0 \text{ d'où : } E(z) = C^{\text{te}} = E(h) = \frac{\rho_{\text{sol}}}{\epsilon_0} h = 65 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$$

4) La densité volumique de charge varie linéairement dans le nuage :

$\rho(z) = Az + B$  avec  $\rho(h_1) = -\rho_0$  et  $\rho(h_2) = +\rho_0$ , si bien que :

$$\rho(z) = \frac{\rho_0}{H} (2z - (h_1 + h_2))$$

5) On applique l'équation de Maxwell-Gauss dans le nuage ( $h_1 < z < h_2$ ) :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{dE(z)}{dz} = \frac{\rho(z)}{\epsilon_0} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 H} (2z - (h_1 + h_2))$$

puis, par intégration :

$$E(z) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 H} (z^2 - (h_1 + h_2)z) + K \text{ où } K \text{ est une constante d'intégration}$$

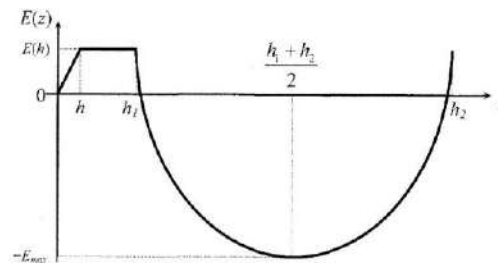
Le champ électrique étant continu dans l'espace (car la distribution de charges est volumique), on obtient  $K$  à l'aide de la valeur du champ électrique en  $z = h_1$  :

$$E(h_1) = \frac{\rho_{\text{sol}}}{\epsilon_0} h \text{ d'où : } K = \frac{1}{\epsilon_0} \left( \rho_{\text{sol}} h + \rho_0 \frac{h_1 h_2}{H} \right)$$

Finalement, le champ électrique dans le nuage vaut :

$$E(z) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 H} (z^2 - (h_1 + h_2)z) + \frac{1}{\epsilon_0} \left( \rho_{\text{sol}} h + \rho_0 \frac{h_1 h_2}{H} \right)$$

6) Le champ électrique est linéaire pour  $0 < z < h$ , constant pour  $h < z < h_1$  et parabolique dans le nuage pour  $h_1 < z < h_2$  :



7) L'énoncé donne la valeur du champ électrique maximal à l'intérieur du nuage, correspondant en fait au champ électrique en  $\frac{h_1 + h_2}{2}$  :

$$E\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) = -E_{\text{max}} = -200 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$$

En utilisant la forme obtenue pour le champ électrique dans le nuage, on aboutit à :

$$\rho_0 = \frac{4}{H} (\epsilon_0 E_{\text{max}} + \rho_{\text{sol}} h) = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$$

La charge totale portée par chaque moitié du nuage s'écrit :

$$Q = \int_{\frac{h_1+h_2}{2}}^{h_2} \rho(z) S dz = - \int_{h_1}^{\frac{h_1+h_2}{2}} \rho(z) S dz \text{ c'est-à-dire : } Q = \frac{\rho_0 S H}{4} = 2,4 \text{ C}$$

Cette charge semble très faible pour un nuage de cette taille... en fait le Coulomb est une unité très « forte » !

8) Le potentiel électrostatique  $V(z)$  est défini par la relation :  $\vec{E} = -\text{grad } V$ , c'est-à-dire ici :  $E(z) = -\frac{dV}{dz}$ . On obtient directement  $V(z)$  par intégration dans chaque zone :

	<p>Pour <math>0 &lt; z &lt; h</math> : <math>\frac{dV}{dz} = -\frac{\rho_{sol}}{\epsilon_0} z</math> donc : <math>V(z) = -\frac{\rho_{sol}}{2\epsilon_0} z^2</math> car <math>V(0) = 0</math></p> <p>Pour <math>h &lt; z &lt; h_f</math> : <math>\frac{dV}{dz} = -\frac{\rho_{sol}}{\epsilon_0} h</math> donc : <math>V(z) = -\frac{\rho_{sol} h}{\epsilon_0} z + C'</math>. On détermine la constante par continuité en <math>z = h</math> : <math>V(h) = -\frac{\rho_{sol}}{2\epsilon_0} h^2</math>, d'où : <math>V(z) = \frac{\rho_{sol} h}{2\epsilon_0} (h - 2z)</math></p> <p>La différence de potentiel entre le sol et le nuage vaut alors :  <math>V(h_f) - V(0) = \frac{\rho_{sol} h_f}{2\epsilon_0} (h_f - 2h_f) = -1,1 \cdot 10^8 \text{ V}</math></p>	1
9	<p>9) Le champ disruptif de l'air humique vaut <math>E_{disruptif} = 10 \text{ kV.cm}^{-1} = 1,0 \text{ MV.m}^{-1}</math>. Le champ électrique maximal est ici obtenu à l'intérieur du nuage et vaut <math>200 \text{ kV.m}^{-1}</math>. Près du sol, le champ électrique maximal vaut <math>65 \text{ kV.m}^{-1}</math>. A priori, ces champs sont insuffisants pour ioniser l'air et provoquer une décharge. Le champ électrique peut cependant être localement modifié par des obstacles...</p>	1
10	<p>10) A l'extérieur d'une sphère portant la charge <math>q</math>, on a :</p> <p><math>\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r</math> et <math>V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}</math></p> <p>A la surface de la sphère chargée, on peut donc écrire :</p> <p><math> \vec{E}(R)  = \frac{ V(z) }{R}</math> où <math>V(z)</math> est le potentiel de la sphère chargée</p>	1
11	<p>11) Pour ioniser l'air, le champ électrique près de la surface doit atteindre le champ disruptif. On en déduit le rayon <math>R</math> de la sphère correspondante :</p> <p><math>R = \frac{ V(z) }{E_{disruptif}} = \frac{\rho_{sol}}{2\epsilon_0 E_{disruptif}} z^2</math></p> <p>Pour <math>z = 2 \text{ m}</math> : <math>R = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}</math> et pour <math>z = 10 \text{ m}</math> : <math>R = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}</math></p> <p>Plus on monte en altitude, moins les obstacles ont besoin d'être pointus pour ioniser l'air.</p>	1
12	<p>12) En restant debout, le corps déforme les lignes de champ électrique et peut provoquer une ionisation de l'air, propice à une décharge, surtout si l'on se déplace en altitude. Des traceurs (porteurs de charge libres) peuvent alors créer un chemin pour la foudre elle-même... En restant près du sol, le potentiel électrostatique diminue (en valeur absolue) et le risque est moindre.</p> <p>Les doigts ont une largeur de l'ordre de 2 cm, soit un rayon <math>R = 1 \text{ cm}</math>. L'ionisation de l'air peut être provoquée aux bout des doigts écartés pour une altitude <math>z</math> telle que :</p> <p><math>z = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 E_{disruptif} R}{\rho_{sol}}} = 12 \text{ m}</math></p> <p>Des randonneurs en montagne ont déjà vécu l'apparition d'effluves lumineux dus à l'ionisation de l'air au bout de leurs doigts, voire sur la tête... Mieux vaut ne pas traîner dans les parages !</p>	1

	<p>13) On peut estimer l'intensité du courant de décharge en considérant que la charge <math>Q</math> portée par le nuage est transférée pendant l'intervalle de temps <math>\Delta t = 500 \mu\text{s}</math> :</p> <p><math>I \approx \frac{Q}{\Delta t} = 4,8 \cdot 10^3 \text{ A}</math></p> <p>C'est une intensité... foudroyante !</p>	13
	<p>14) La décharge d'intensité <math>I</math> se fait sous la différence de potentiel <math>U</math>. La puissance libérée est la même qu'en électrocinétique :</p> <p><math>P = UI = 5,3 \cdot 10^4 \text{ W}</math></p> <p>et l'énergie libérée pendant l'intervalle de temps <math>\Delta t</math> vaut : <math>P\Delta t = 2,6 \cdot 10^3 \text{ J}</math></p> <p>Considérons que cette énergie soit libérée sous forme thermique dans un cylindre rempli d'air (assimilé à un gaz parfait), de hauteur <math>h_f</math> (entre le sol et le nuage) et de rayon <math>r = 10 \text{ cm}</math>. La quantité d'air contenue dans ce cylindre (à la pression atmosphérique et la température ambiante) vaut :</p> <p><math>n = \frac{P_0 V}{RT_0} = \frac{P_0 \pi r^2 h_f}{RT_0} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ mol}</math></p> <p>D'après le premier principe (pour une évolution sous la pression atmosphérique) :</p> <p><math>\Delta H = n C_{pm} \Delta T = P \Delta t</math> d'où : <math>\Delta T = \frac{P \Delta t}{n C_{pm}} = \frac{2 P \Delta t}{7 n R} = 3,4 \cdot 10^3 \text{ K}</math></p> <p>Une élévation aussi brusque de la température provoque une onde de choc sous la forme d'une onde sonore très intense : le tonnerre.</p>	14
<b>Exercice n°2 : Champ à proximité d'une ligne THT (15)</b>		
	<p>1) Le potentiel électrostatique au point <math>M</math> est obtenu par superposition des potentiels créés par chacun des fils :</p> <p><math>V(M) = V_p(M) + V_n(M) = \frac{q_L}{2\pi\epsilon_0} (\ln NM - \ln PM) + cste</math></p> <p>c'est-à-dire :</p> <p><math>V(M) = \frac{q_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{NM}{PM}</math></p> <p>La constante est nulle de sorte qu'à l'infini, <math>NM = PM</math> et <math>V = 0</math>. On constate que dans le plan médiateur des fils, on a également <math>V = 0</math>.</p>	1
	<p>2) On pose simplement :</p> <p><math>\vec{NM} = \vec{NO} + \vec{OM}</math> d'où, en développant à l'ordre 1 en <math>D/r</math> :</p> <p><math>NM = \sqrt{r^2 + rD \cos \theta + \frac{D^2}{4}} = r \sqrt{1 + \frac{D}{r} \cos \theta + \frac{D^2}{4r^2}} \approx r \left( 1 + \frac{D}{2r} \cos \theta \right)</math></p> <p>de la même manière :</p> <p><math>PM = \sqrt{r^2 - rD \cos \theta + \frac{D^2}{4}} = r \sqrt{1 - \frac{D}{r} \cos \theta + \frac{D^2}{4r^2}} \approx r \left( 1 - \frac{D}{2r} \cos \theta \right)</math></p> <p>Le potentiel en <math>M</math> s'écrit donc :</p> <p><math>V(M) = \frac{q_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{1 + \frac{D}{2r} \cos \theta}{1 - \frac{D}{2r} \cos \theta} \right) \approx \frac{2q_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( 1 + \frac{D}{2r} \cos \theta \right)</math></p>	2

c'est-à-dire, toujours à l'ordre 1 en  $D/r \ll 1$  :

$$V(r, \theta) \approx \frac{q_l D}{2\pi\epsilon_0 r} \cos \theta$$



3) Le champ électrique est relié au potentiel électrostatique par :

$$\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta$$

d'où les composantes :

$$E_r = \frac{q_l D}{2\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta \quad \text{et} \quad E_\theta = \frac{q_l D}{2\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta$$

La norme du champ électrique vaut alors :

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{q_l D}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

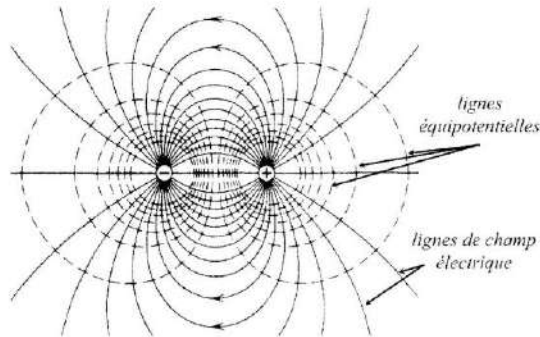
La norme du champ électrique varie en  $1/r^2$  et ne dépend pas de  $\theta$ . La dépendance en  $1/r^2$  diffère de la dépendance en  $1/r^3$  obtenue pour un dipôle électrostatique. On a en fait ici une géométrie cylindrique avec des fils infinis, ce qui offre une portée plus grande du champ électrique.

4) Au pied de la ligne électrique, on a simplement  $r = h$  (et  $\theta = -\pi/2$ ). La norme du champ électrique vaut alors :

$$E = \frac{DV_0}{2\pi h^2 \ln\left(\frac{D}{R}\right)} = 1,8 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$$

5) On pouvait prévoir les symétries observées pour les lignes équipotentielles. En effet, le plan perpendiculaire aux fils est un plan de symétrie de la distribution de charges, de même que le plan contenant les deux fils. En revanche, le plan médiateur des deux fils est un plan d'antisymétrie de la distribution de charges.

6) Le champ électrique est en tout point perpendiculaire aux lignes équipotentielles. Il est en outre dirigé dans le sens des potentiels décroissants. On en déduit l'allure des lignes de champ électrique au voisinage de la ligne :



On vérifie sur ce schéma que le champ électrique appartient aux plans de symétrie de la distribution de charge et qu'il est perpendiculaire au plan d'antisymétrie.

Au niveau du sol, au pied de la ligne électrique, le champ électrique peut être estimé en mesurant la distance entre les lignes équipotentielles. On constate également que ce champ électrique est horizontal. On mesure environ  $\Delta x = 2,2$  m entre les lignes équipotentielles  $-200$  V et  $+200$  V. Cela représente le champ électrique :

$$E_0 = \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{400}{2,2} = 1,8 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$$

On retrouve graphiquement le champ électrique évalué précédemment.

7) Le champ électrique au pied de la ligne est le champ électrique maximal que l'on peut obtenir au niveau du sol. Celui-ci est bien inférieur à la limite de 5 kV/m autorisée et la réglementation est bien respectée.

8) A la distance  $L$  du pied de la ligne, on mesure un champ électrique dont la norme vaut :

$$E = \frac{DV_0}{2\pi(h^2 + L^2) \ln\left(\frac{D}{R}\right)} = \frac{E_0}{1 + \left(\frac{L}{h}\right)^2}$$

La distance  $L$  à laquelle la norme du champ vaut  $E$  s'écrit alors :

$$L = h \sqrt{\frac{E_0}{E} - 1}$$

On limite la norme du champ électrique à un centième de la norme au pied :

$$E = \frac{E_0}{100} \quad \text{si bien que :} \quad L = 1,5 \cdot 10^2 \text{ m}$$

Il faudra construire les bâtiments à au moins 150 m de la ligne électrique.

**Exercice n°3 : Etude d'un lambdamètre**

e3a PSI 2009

**A RAYON LUMINEUX**

A2a	Surface d'onde = surface équi-phase = lieu des points M tels que (SM)=constante Th de MALUS : les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde
A2b	Collimateur (= source ponctuelle placée au foyer d'une lentille convergente)

**B Interférences entre deux sources**

B1a	$E = 2\cos^2 \Rightarrow 2\cos^2(\omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1) + \omega_2(t - [S_2M]/c - \phi_2) + 2a_1 a_2 \cos \omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1) \cos(\omega_2(t - [S_2M]/c - \phi_2))$ $E = a_1^2 + a_2^2 + 4a_1 a_2 \cos \omega_1(t - [S_1M]/c - \phi_1) \cos(\omega_2(t - [S_2M]/c - \phi_2))$ <p>Avec <math>2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)</math>  <math>2\cos \omega(t - [S_1M]/c - \phi_1) \cos(\omega(t - [S_2M]/c - \phi_2)) \Rightarrow E = E_1 + E_2 + k A_1 A_2 \cos((\omega_1 + \omega_2)t - (\omega_1[S_1M] - \omega_2[S_2M])/c - (\phi_1 + \phi_2))</math>                  La valeur moyenne premier terme est nulle  <math>E = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\omega_1[S_1M] - \omega_2[S_2M])/c - (\phi_1 - \phi_2))</math>                  Le terme d'interférences est le dernier terme</p>
B1b	Il y a interférences si $\omega_1 = \omega_2$ . Sinon, les ondes sont incohérentes, la valeur moyenne du dernier terme est nulle. $E = a_1^2 + a_2^2$ . C'est la somme des intensités des deux ondes, l'éclairement est uniforme
B1c	Non : voir ci-dessus
B1d	Avec des ondes de fréquences très proches, si le terme en cos varie suffisamment lentement on peut observer des « battements »
B2a	$\phi_2(M) - \phi_1(M) = 2\pi \frac{(S_2M) - (S_1M)}{\lambda_0} + \phi_{S2} - \phi_{S1} = 2\pi \frac{\delta_{2/1}}{\lambda_0} + \phi_{S2} - \phi_{S1}$
B2b	$\phi_{S2}$ et $\phi_{S1}$ dépendent du temps, car les sources en raison du processus d'émission des sources
B2c	Il faut que le déphasage $\phi_{12}$ , donc $\phi_{S2} - \phi_{S1}$ , ne dépende pas du temps : les sources doivent être synchrones (ou corrélées). Il faut en outre que la ddm $\delta$ ne dépasse pas la longueur de cohérence des sources.
B3	Le tracé est celui d'une sinusoïde. $E_{max} = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2}$ $E_{min} = E_1 + E_2 - 2\sqrt{E_1 E_2}$ contraste = $\frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} = \frac{2\sqrt{E_1 E_2}}{E_1 + E_2} (< 1)$ Le contraste est maximale et vaut 1 pour $E_1 = E_2$

**C figures d'interférences**

C1a	Les deux sources sont obtenues à partir d'une même source $S_0$ , par division du front d'onde ou division d'amplitude $E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{\delta_{2/1}}{\lambda_0}))$
C1b	$S_1M = [(x+b/2)^2 + y^2 + D^2]^{1/2} \approx D [1 + [(x+b/2)^2 + y^2]/D^2]^{1/2} \approx D [1 + [(x+b/2)^2 + y^2]/2D]$ et de même : $S_2M \approx D [1 + [(x-b/2)^2 + y^2]/2D]$ $\delta = S_2M - S_1M \approx bx/D \Rightarrow E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{bx}{D\lambda_0}))$ Les franges sont des franges rectilignes, parallèles à l'axe Oy (= lieu des points de même intensité $\Rightarrow x = cste$ )
C1c	$p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ frange brillante pour p entier : on a alors $\cos(2\pi p) = 1 \Rightarrow$ intensité maximale et frange sombre pour p demi-entier ( $\cos = -1 \Rightarrow E = E_{min}$ )
C1d	Interfrange = distance séparant deux franges de même intensité $\Rightarrow i = \frac{\lambda_0 D}{b}$
C2a	$S_2M = \sqrt{(S_2C)^2 + (CM)^2} - 2S_2C.CM \cos(\pi - \theta) \approx CM(1 + \frac{b}{2CM} \cos \theta)$

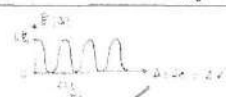


	Et de même $S_1M \approx CM(1 - \frac{b}{2CM} \cos \theta) \Rightarrow \delta_{2/1} \approx b \cos \theta$
C2b	$E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{b \cos \theta}{\lambda_0}))$ avec $\cos \theta = \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho^2}}$ $\Rightarrow E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{b}{\lambda_0} \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho^2}}))$
C2c	Le lieu des points de même intensité est défini par $\rho = \text{constante}$ : ce sont donc des cercles de centre B $\rho = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{b}{\lambda_0} \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho^2}}$ décroît donc à partir du centre (car $\rho$ croît)

**Deuxième partie : Interféromètre de Michelson**  
**D Anneaux d'égalé inclinaison**

D1a	S1 est l' image de S par la séparatrice + miroir S1 : $S1 : x_1=0, z_1=2(L_0+e) + L_s$ S2 est l' image de S par la séparatrice + miroir S1 + séparatrice : $S2 : x_2=0, z_2=2L_0 + L_s$ Donc $S1S2 = 2e$
D1b	on trace le plan d'onde orthogonal aux rayons issus de S1 et S2 et émergent sous l'angle $\theta$ . Ces rayons convergent sur l'écran en M th de Malus $\Rightarrow (S_2M) = (HM)$ donc $\delta_{1/2} = (2e) \cos \theta$ et $\tan \theta = \frac{BM}{r} = \frac{\rho}{r}$ pour $\theta \ll r \Rightarrow \theta$ petit, $\tan \theta \approx \theta$ et $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$ $\delta_{1/2} = 2e(1 - \frac{1}{2}(\frac{\rho}{r})^2)$ Pour $\rho = 0$ , on a donc $\Delta = \delta(B) = 2e$
D2a	$E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0})) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{2e}{\lambda_0} (1 - \frac{1}{2}(\frac{\rho}{r})^2)))$ E est constant pour $\rho = \text{constant} \Rightarrow$ anneaux concentriques
D2b	Au centre des anneaux $p_0 = 2e/\lambda_0$ Le $k^{\text{ème}}$ anneau brillant correspond donc à $p_k = p_0 - k \Rightarrow \frac{2e}{\lambda_0} (1 - \frac{1}{2}(\frac{\rho}{r})^2) = \frac{2e}{\lambda_0} - k$ soit $\rho_k = r \sqrt{k \frac{\lambda_0}{e}}$
D2c	? même question que la précédente (erreur d'énoncé ?) Le rayon du premier anneau est $\rho_1 = r \sqrt{\frac{\lambda_0}{e}}$ donc $\rho_k = \rho_1 \sqrt{k}$
D2d	Au contact optique, $e = 0$ , le rayon $\rho_1$ tend vers l'infini : on observe donc un écran uniformément éclairé, c'est la teinte plate. Un anneau est caractérisé par son ordre d'interférence $p = 2e \cos \theta / \lambda_0$ . Lorsqu'on augmente $e$ , cet anneau se retrouve donc pour un $\cos \theta$ plus petit, donc un $\theta$ plus grand : son rayon augmente. Sur l'écran de taille limitée (rayon R par exemple), on ne voit que les $k$ premiers anneaux, pour lesquels $\rho_k = \rho_1 \sqrt{k} < R$ . or, pour $e$ augmentant, $\rho_1$ diminue, on verra donc plus d'anneaux dans une région de rayon R <b>Lorsque e augmente, on voit « sortir » les anneaux, leur « épaisseur » diminue, il y a plus d'anneaux dans le champ</b>
D2e	Le calcul attendu est : La lame introduit une ddm $\delta = 2(n_{lame} - n_{air})e_{lame}$ (aller-retour) un déplacement de 16 franges correspond à une variation de $\delta$ de $16\lambda_0$ donc $n_{lame} = 1.5$ mais, 1) Je me demande bien comment on observe un tel déplacement brusque de 16 franges ! 2) on annonce une lame de $8 \mu m = 8 \mu m \pm 1 \mu m \Rightarrow$ est ce bien utile de sortir un Michelson pour trouver à 10% près l'indice d'un verre ? Qui fait vraiment cela ?
D3	Avec une source ponctuelle, les franges sont non localisées, on peut placer l'écran où on veut. mais source ponctuelle = peu de lumière

Avec une source étendue, les interférences sont localisées à l'infini, donc observables seulement au plan focal image d'une lentille

### E Analyse d'interférogrammes


E1a	$E(M) = 2E_0(1 + \cos(2\pi \frac{\Delta}{\lambda_0})) = 2E_0(1 + \cos(\frac{\omega_0 \Delta}{c})) =$
E1b	 <p>Au cours du déplacement du miroir, l'éclairement au centre varie périodiquement de 0 à <math>4E_0</math>, il y a donc scintillement à la fréquence <math>2\nu \frac{1}{v} = \frac{2\pi c}{\omega_0} \Rightarrow \nu = \frac{\omega_0 v}{\pi c}</math></p>
E2a	<p>Les éclairissements dus à ces deux ondes de fréquences différentes s'additionnent :</p> $E(M) = 2E_0(1 + \cos(\frac{\omega_1 \Delta}{c})) + 2E_0(1 + \cos(\frac{\omega_2 \Delta}{c})) = 4E_0(1 + \cos(\frac{\omega_0 \Delta}{c}) \cos(\frac{\delta\omega \Delta}{2c}))$ <p>Le degré de cohérence temporelle vaut <math>\gamma(\Delta) = \cos(\frac{\delta\omega \Delta}{2c})</math></p>
E2b	<p>Le contraste des franges vaut : <math>C(\Delta) =  \gamma(\Delta)  =  \cos(\frac{\delta\omega \Delta}{2c}) </math></p> 
E2c	<p>1000 scintillements entre deux brouillages <math>\Rightarrow \pi \frac{2c}{\delta\omega} = 1000 \frac{2\pi c}{\omega_0} \Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \delta\lambda = 0.6 \text{ nm}</math></p> <p>Entre deux brouillages, <math>\Delta</math> a varié de <math>\pi \frac{2c}{\delta\omega}</math> il a fallu charioter de la moitié soit</p> $\delta c = \frac{\pi c}{\delta\omega} = \frac{\pi c}{(\omega_0 \delta\lambda / \lambda_0)} = \frac{\lambda_0^2}{2\delta\lambda} = 0.3 \text{ mm}$
E3a	$E(M) = \int_{\omega_0 - \delta\omega/2}^{\omega_0 + \delta\omega/2} 2 \frac{E_0}{\delta\omega} (1 + \cos(\frac{\omega \Delta}{c})) d\omega = 2 \frac{E_0}{\delta\omega} \left[ \delta\omega + \left[ \frac{c}{\Delta} \sin(\frac{\omega \Delta}{c}) \right]_{\omega_0 - \delta\omega/2}^{\omega_0 + \delta\omega/2} \right]$ <p><math>E(M) = 2E_0 \left[ 1 + \sin c(\frac{\delta\omega \Delta}{2c}) \cos(\frac{\omega_0 \Delta}{c}) \right]</math> le degré de cohérence est <math>\gamma(\Delta) = \sin c(\frac{\delta\omega \Delta}{2c})</math></p>
E3b	 <p>Le contraste vaut <math>C(\Delta) = \left  \sin c(\frac{\delta\omega \Delta}{2c}) \right </math></p>
E3c	<p>Les franges restent bien contrastées dans le lobe central de la fonction sinc : donc pour <math>\Delta &lt; \Delta c = \frac{2\pi c}{\delta\omega} = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda}</math></p>
E3d	<p>La longueur de cohérence <math>\Delta_c</math> est la longueur d'un train d'onde, émis pendant une durée <math>\tau_c</math> il y a interférences seulement si la ddm est inférieure à la longueur des trains d'onde</p>
E3e	<p>Pour la lampe sodium : <math>\Delta_c = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda} = 3.6 \text{ cm}</math> pour un laser <math>\Delta_{c \text{ laser}} = \frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda} = 360 \text{ m}</math></p> <p>La longueur de cohérence d'une source parfaitement monochromatique serait infinie</p>

### F Analyse spectrale de l'interférogramme

F1a	On fait ce calcul d'intégrale en linéarisant le produit de cos, ce qui fait apparaître $\omega - \omega_0$ et $\omega + \omega_0$ . On est alors ramené à intégrer des cos, comme en E3a, on fait apparaître les sinc
-----	---

	$F(\omega) = E_0 \Delta_{\text{max}} \left[ \sin c(\frac{\omega \Delta_{\text{max}}}{2c}) + \frac{1}{2} \sin c(\frac{(\omega - \omega_0) \Delta_{\text{max}}}{2c}) + \frac{1}{2} \sin c(\frac{(\omega + \omega_0) \Delta_{\text{max}}}{2c}) \right]$ <p>On obtient trois « pics », d'amplitude <math>E_0 \Delta_{\text{max}}</math>, <math>E_0 \Delta_{\text{max}}/2</math> et <math>E_0 \Delta_{\text{max}}/2</math>.</p> <p>De largeur <math>\delta\omega_{\text{base}} = \frac{2\pi c}{\Delta_{\text{max}}}</math>, situé en <math>\omega = 0</math>, <math>\omega = \omega_0</math> et <math>\omega = -\omega_0</math></p> <p>On ne s'intéressera qu'au pic situé en <math>\omega_0</math>, caractéristique de la source étudiée.</p> <p>Lorsque <math>\Delta_{\text{max}}</math> augmente, la largeur des pics diminue <math>\Rightarrow</math> ils deviennent des « raies » étroites.</p>
F1b	Avec deux sources $\omega_1$ et $\omega_2$ , on obtient deux pics, de même largeur, centrés en $\omega_1$ et $\omega_2$ . Ces deux « sinc » peuvent se recouvrir partiellement
F1c	Le critère de Rayleigh s'écrit : $\Delta\omega_R = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\delta\omega_{\text{base}}}{2} = \frac{\pi c}{\Delta_{\text{max}}}$
F2	$R = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_R} = \frac{\omega_0 \Delta_{\text{max}}}{\pi c}$ <p>or la distance entre deux max d'intensité est (cf E3b) <math>\Delta_i = \frac{2\pi c}{\omega_0}</math></p> <p>D'où <math>R = \frac{2\Delta_{\text{max}}}{\Delta_i} =</math> nombre de max observables lors de la course entre <math>-\Delta_{\text{max}}</math> et <math>\Delta_{\text{max}}</math></p>

### Troisième partie lambda-mètre

G1a G1b	
G1c	Les ddm sont les mêmes
G2	<p>Chaque scintillement correspond à une variation de <math>\Delta = 2e</math> de <math>\lambda \Rightarrow 2e = p_1 \lambda_1 = p_2 \lambda_2</math></p> <p>donc <math>\lambda_2 = \frac{p_1}{p_2} \lambda_1 = 1.060 \mu\text{m}</math> (laser infrarouge)</p>
G3	Le réglage des coins de cube est plus facile que celui des miroirs (faisceau systématiquement réfléchi dans la direction incidente) et ils sont plus faciles à fabriquer. Nécessité du vide ?
G4	<p>Le pouvoir de résolution est élevé, car le nombre des scintillements comptés est important : ceci car <math>e = p_1 \lambda_1 / 2 = 1 \text{ m}</math></p> <p>Cette valeur (élevée) est cependant nettement inférieure à la longueur de cohérence des lasers étudiés. <math>\Rightarrow</math> pas de pb</p>
G5	Chute libre $\Rightarrow e = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t_{\text{chute}} = 0.45 \text{ s} \Rightarrow$ manip rapide
G6	$\lambda_2 = \frac{p_1}{p_2} \lambda_1 \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta p_2}{p_2} + \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{1}{3160556} + \frac{1}{188679} + 0 \approx 510^{-6} \Rightarrow$ <p>très bonne précision de la mesure, on pourrait annoncer beaucoup plus de chiffres significatifs que ceux donnés en G2 (à condition de connaître <math>\lambda_1</math> avec mieux que 4 chiffres)</p>